ԲԱՆԲԵՐ ԵՐԵՎԱՆԻ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ. ՏՆՏԵՍԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

2022, № 1, 53-63 *Տնտեսամաթեմատիկական մոդելավորում*

https://doi.org/10.46991/BYSU:G/2022.13.1.053

ԳՅՈՒՂԱՏՆՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՈԼՈՐՏՈՒՄ ԱՌԱՋԱՑՈՂ ԲԱԶՄԱՉԱՓԱՆԻՇԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՈՐՈՇ ՄՈՏԵՑՈՒՄՆԵՐ

ԳԱԳԻԿ ՏՈՆՈՅԱՆ, ՄԱՐԻՆԵ ԲՈՒՆԻԱԹՅԱՆ

Հոդվածում առաջարկվում են ագրարային հատվածում առաջացող բազմաչափանիշային խնդիրների լուծման նոր մեթոդներ: Ձևակերպված են օպտիմացման չորս խնդիրներ՝ բարիքների գումարային բերքատվության առավելարկում, գումարային շահույթի առավելարկում, ոռոգման ջրի սեզոնային ծավալի նվազարկում և բերքն աճեցնելու գումարային ռիսկերի (կարկուտ, ցրտահարություն, երաշտ և այլն) նվազարկում: Բացի այդ՝ դրվում են լրացուցիչ պահանջներ՝ բերքի համաչափ բաշխում, պարենային անվտանգության ապահովում, ինչպես նաև քննարկվում են բարիքների արտահանման հնարավորությունները: Վերը նշված պայմաններով (կամ դրանց մի մասով) առաջանում են 60 խնդիրներ, որոնցից 44-ը բազմաչափանիշային են (երկու, երեք կամ չորս նպատակային ֆունկցիաներով խնդիրներ):

Այդ խնդիրների լուծման համար առաջարկվում են երեք մեթոդներ՝ նպատակային ֆունկցիաների միավորման և կշռային գործակիցների զուգակցման եղանակ, դինամիկ ծրագրման եղանակ, հատումների և արտաքսումների եղանակ, որոնք հիմնականում նորություններ են:

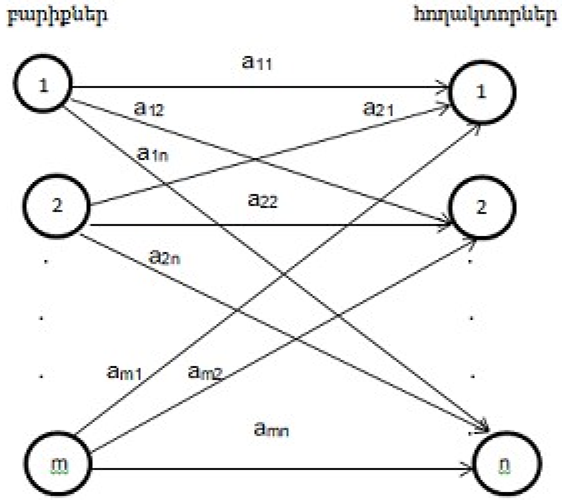
Բոլոր մեթոդները որոշ պարզ ձևափոխումներով կարելի է կիրառել տնտեսության և հասարակական կյանքի այլ բնագավառներում առաջացող խնդիրների լուծման համար: Նկարագրված են մեթոդների ալգորիթմները, գնահատված են դրանց բարդությունները: Առաջարկվող ալգորիթմները արդյունավետ են (բազմանդամային բարդությամբ): Բերված են որոշ առաջարկություններ և դիտողություններ, որոնք հնարավորություն կտան կա՛մ ընդլայնելու դիտարկվող խնդիրների շրջանակը, կա՛մ նեղացնելով այդ շրջանակը՝ լավացնելու առաջարկվող մեթոդների արդյունավետությունը:

Բանալի բառեր – *բազմաչափանիշային խնդիրներ, Պարետոյի հավասարակշռության սկզբունք, արդյունավետ ալգորիթմներ և դրանց բարդությունը, սիմպլեքս մեթոդ, տրանսպորտային խնդիր, դինամիկ ծրագրում:*

Գյուղատնտեսական նշանակության հողերի և ոռոգման ջրերի արդյունավետ օգտագործումը կարևոր հիմնախնդիր է հատկապես հողային և ջրային սահմանափակ ռեսուրսներ ունեցող ՀՀ-ի համար: Աշխատանքում առաջարկվում են գյուղատնտեսական մթերքների արդյունավետ արտադրության կազմակերպման համար առաջացող բազմաչափանիշային խնդիրների լուծման նոր մոտեցումներ, որոնք նաև որոշ ձևափոխումներով կարելի է կիրառել տնտեսության ու հասարակական կյանքի այլ բնագավառներում:

Խնդրի դրվածքը

Տրված են n հավասարամեծ հողակտորներ (օրինակ՝ 1 հա մակերեսով), որոնց վրա պետք է մշակվեն m գյուղկուլտուրաներ (բարիքներ): Ենթադրվում է, որ հողակտորների քանակը էապես ավելի է բարիքների քանակից, օրինակ՝ $n = t \cdot m$, որտեղ $t = 5,6,\ldots$: Յուրաքանչյուր հողակտորի վրա տվյալ սեզոնին մշակվում է միայն մեկ գյուղկուլտուրա, սակայն ցանկացած բարիք հնարավոր է մշակել բոլոր հողակտորների վրա:



Ձևակերպենք այս ոլորտում առաջացող մի շարք խնդիրներ: Պահանջվում է որոշել, թե որ գյուղկուլտուրան որ հողակտորի վրա մշակել, որպեսզի՝

Խնդիր 1. Բարիքների գումարային բերքատվությունը լինի առավելագույնը:

Խնդիր 2. Ստացվող գումարային եկամուտը (կամ շահույթը) լինի առավելագույնը:

Խնդիր 3. Օգտագործվող ոռոգման ջրի սեզոնային ծախսը լինի նվազագույնը:

Խնդիր 4. Բերքը աճեցնելու գումարային ռիսկերը (կարկուտ, ցրտահարություն, երաշտ և այլն) լինեն նվազագույնը:

Նշված բոլոր չորս խնդիրներում էլ կարելի է դնել լրացուցիչ պահանջներ.

Ա) Ապահովել բարիքների համաչափ բաշխում (օրինակ՝ յուրաքանչյուր գյուղկուլտուրա մշակվի ճիշտ t հողակտորի վրա):

բ) Ապահովել տվյալ տնտեսության (համայնքի, մարզի, երկրի) պարենային անվտանգությունը, ինչպես նաև հաշվի առնել բարիքների արտահանման հնարավորությունները:

Այսպիսով տրված են՝

- $A_{mn} = (a_{ij})$ մատրից, որտեղ a_{ij}-ն j-րդ հողակտորի վրա i-րդ գյուղկուլտուրայի մշակումից սպասվող բերքատվությունն է (կգ, ցենտներ, տոննա կամ համապատասխան դրամական միավոր):
- $c_m = (c_i)$ և $c'_m = (c'_i)$ վեկտորներ, որտեղ c_i-ն i-րդ բարիքի 1 միավորի (կգ, ցենտներ, տոննա) գինն է, իսկ c'_i-ը՝ 1 միավորից ստացվող շահույթը:
- $L_{mn} = (l_{ij})$ մատրից, որտեղ l_{ij}–ն i-րդ գյուղկուլտուրան j-րդ հողակտորի վրա աճեցնելու ոռոգման ջրի սեզոնային ծախսն է: Նշանակենք $l = max\{l_{ij}\}$:
- R_{mn}= (r_{ij}) մատրից, որտեղ r_{ij} - ն i - րդ գյուղկուլտուրան j - րդ հողակտորի վրա մշակելուց սպասվող գումարային ռիսկն է: $r_{ij} \in [0,1]$, և որքան r_{ij}-ն մեծ է, այնքան մեծ է ռիսկը:
- T_m=(t_i) վեկտոր, որտեղ t_i-ն i -րդ գյուղկուլտուրային հատկացվող հողակտորների քանակն է.

$$\sum_{i=1}^{m} t_i = n:$$

- P_m= (p_i) և P'_m= (p'_i) վեկտորներ, որտեղ p_i-ն i-րդ բարիքի $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$: անհրաժեշտ նվազագույն քանակն է, p_i'-ը՝ առավելագույնն:

Կազմենք ձևակերպված չորս խնդիրների մաթեմատիկական մոդելները: Ներմուծենք X_{mn}= (x_{ij}) մատրից, որտեղ $x_{ij} = 1$, եթե i-րդ գյուղկուլտուրան մշակվում է j - րդ հողակտորի վրա, և $x_{ij} = 0$՝ հակառակ դեպքում: X_{mn} մատրիցի յուրաքանչյուր սյունակում կա ճիշտ մեկ հատ 1, յուրաքանչյուր տողում՝ t_i, իսկ ամբողջ մատրիցում՝ n հատ 1:

Խնդիր 1-ի մաթ. մոդելը (գումարային բերքատվության առավելարկում):

Գտնել այնպիսի X_{mn}= (x_{ij}) մատրից, որ $Z_1 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_{ij} \to max$

(*) սահմանափակումների դեպքում

$$(*) \begin{cases} x_{1j} + x_{2j} + \cdots + x_{mj} = 1, j = 1,2, \dots, n \ (1) \\ x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{in} = t_i, i = 1,2, \dots, m \ (2) \\ p_i \le \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\ x_{ij} \le p_i', i = 1,2, \dots, m \ (3) \end{cases} :$$

(1)-ը ապահովում է, որ j - րդ հողակտորի վրա մշակվի ճիշտ մեկ բարիք:

(2)–ը ապահովում է, որ յուրաքանչյուր բարիք մշակվի ճիշտ t_i հողակտորի վրա (կատարվի բարիքների համաչափ բաշխում): Մասնավորապես, եթե t_1=t_2=… t_m= t, ապա կկատարվի բերքի հավասարաչափ բաշխում:

(3)–ը ապահովում է, որ i-րդ բարիքից սպասվող բերքը լինի ոչ պակաս, քան անհրաժեշտ նվազագույն p_i քանակն է և ոչ ավել, քան առավելագույն $p_i^{/}$ քանակը:

Խնդիր 2-ի մաթ. մոդելը (գումարային եկամուտի կամ շահույթի առավելարկում):

Գտնել այնպիսի X_{mn}= (x_{ij}) մատրից, որ

$$Z_2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot (\alpha_1 \cdot c_i + \alpha_2 \cdot c_i{'})x_i \rightarrow max,$$

(*) սահմանափակումների դեպքում, որտեղ α_1, α_2 ∈ {0; 1}, α_1 + α_2 = 1:

α_1, α_2 – ապահովում են, որ Z_2 ֆունկցիան առավելագույնի հասցնի կա՛մ եկամուտը, կա՛մ շահույթը:

Խնդիր 3-ի մաթ. մոդելը (ոռոգման ջրի գումարային ծախսի նվազարկում):

Գտնել այնպիսի X_{mn}= (x_{ij}) մատրից, որ

Z_3= $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} l_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow min$, (*) սահմանափակումների դեպքում:

Խնդիր 4-ի մաթ. մոդելը (գումարային ռիսկերի նվազարկում):

Գտնել այնպիսի X_{mn}= (x_{ij}) մատրից, որ

Z_4= $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} r_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow min$, (*) սահմանափակումների դեպքում:

Այժմ ձևակերպենք հետևյալ խնդիրների դասը:

Խնդիր 5 (խնդիրների դաս):

Դիտարկենք {Խ1,Խ2,Խ3,Խ4} բազմության որևէ ոչ դատարկ ենթաբազմության պահանջներով և {(1),(2),(3)} բազմության (1)–ը պարունակող որևէ ենթաբազմության սահմանափակումներով խնդիրների դաս:

Խնդիր 5 դասի ցանկացած խնդրի նպատակ {Z_1 ,Z_2 ,Z_3 ,Z_4} նպատակային ֆունկցիաների բազմության որևէ ոչ դատարկ ենթաբազմություն է (ենթաբազմությունների քանակը՝ 2^4-1), իսկ (1) սահմանափակման առկայությունն ապահովում է, որ յուրաքանչյուր հողակտորի վրա մշակվի ճիշտ մեկ բարիք (բոլոր սահմանափակումների քանակը՝ 2^2):

Այսպիսով, Խ5 խնդիրների դասում կան 15·4 = 60 խնդիրներ, որոնց մեջ մասնավորապես նաև Խ1, Խ2, Խ3, Խ4-ն են:

Խնդիր 5 դասը տրոհենք երկու ենթաբազմության՝

Խ5 = Խ(Ա) ⋃ Խ(Բ), Խ(Ա) ⋂ Խ(Բ) = ∅:

Խ(Ա) դասում մեկ նպատակային ֆունկցիայով 4 · 4 = 16 գծային ծրագրման խնդիրներ են, իսկ Խ(Բ) դասում $(C_4^2 + C_4^3 + C_4^4) \cdot 4$ = 44 բազմաչափանիշային խնդիրներ են (երկու, երեք կամ չորս նպատակային ֆունկցիաներով):

Հայտնի են Խ(Ա) դասի խնդիրների լուծման արդյունավետ բազմանդամային ալգորիթմներ՝ սիմպլեքս մեթոդը[1] կամ բուլյան փոփոխականներով տրանսպորտային խնդրի լուծման պոտենցիալների եղանակը[2]:

Խ(Բ) դասի խնդիրները կարելի է հետազոտել Պարետոյի հավասարակշռության սկզբունքի կիրառմամբ[3], առաջնահերթությունների[4], կշռային գործակիցների[5], երկկողմանի գրաֆի աստղերով ծածկման[6] և այլ[7] հայտնի մեթոդներով: Այս աշխատանքում կառաջարկվեն բազմաչափանիշային խնդիրների լուծման նաև նոր մոտեցումներ՝ դրանք համադրելով արդեն հայտնի մեթոդների հետ:

Բազմաչափանիշային խնդիրների լուծման մեթոդներ

***Մեթոդ 1.* Նպատակային ֆունկցիաների միավորման և կշռային գործակիցների զուգակցման եղանակ**

Որպեսզի Խ1, Խ2, Խ3, Խ4 խնդիրների նպատակային ֆունկցիաները միավորենք, անհրաժեշտ է հաշվի առնել, որ.

ա) a_{ij}, $a_{ij}c_i$ կամ $a_{ij}c'_i, l_{ij}, r_{ij}$ պարամետրերը նույն «չափի» չեն. օրինակ՝ r_{ij} պարամետրերը կարող են մի քանի կարգով փոքր լինել a_{ij} -երից: Որպեսզի ստորև առաջարկվող ալգորիթմում նպատակային ֆունկցիաների միավորումը համաչափ արտահայտի բազմանպատակային խնդրի բոլոր պահանջները, ընտրենք $\beta 2$, $\beta 3$, $\beta 4$ այնպիսի գործակիցներ, որոնք համապատասխանաբար բազմապատկելով Խ2, Խ3, Խ4 խնդիրների պարամետրերով՝ դարձնենք համադրելի Խ1-ի a_{ij} պարամետրերի հետ:

բ) $l_{ij} \to min$, $r_{ij} \to min \Rightarrow \left(l - l_{ij}\right) \to max, \left(1 - r_{ij}\right) \to max$:

Նշանակենք

$Z'_2 = \beta_2 Z_2$, $Z'_3 = \beta_3 \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left(l - l_{ij}\right) x_{ij}$, $Z'_4 = \beta_4 \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left(1 - r_{ij}\right) x_{ij}$:

Ներմուծենք w_1, w_2, w_3, w_4 դրական կշռային գործակիցներ, որոնք արտահայտում են յուրաքանչյուր նպատակի նշանակության աստիճանը: Օրինակ՝ w_1=w_2=w_3=w_4=1 դեպքում բոլոր նպատակներն ունեն հավասար նշանակություն: Նշենք, որ կշռային գործակիցների ընտրությունը սուբյեկտիվ գործոն է, թեև մշակված են որոշ մեթոդներ[8], որոնք փոքրացնում են սուբյեկտիվության աստիճանը:

Կառուցենք Խ(Բ) դասի բոլոր խնդիրների համար ընդհանրացված Z ֆունկցիա և ձևակերպենք Խ(Բ) դասի խնդիրները հետևյալ կերպ:

---

[1] Տե՛ս **Хемди А. Таха**, Введение в исследование операций. М. 2005, էջ 84-125:

[2] Տե՛ս նույն տեղը, էջ 179-206:

[3] Տե՛ս **Шикин Е. В.** Математические методы и модели в управлении. М., 2000, էջ 158-163:

[4] Տե՛ս **Хемди А. Таха**, նշվ. աշխ., էջ 363-368, **Е. В. Шикин**, նշվ. աշխ., էջ172-177:

[5] Տե՛ս **Хемди А. Таха**, նշվ. աշխ., էջ 360-362:

[6] Տե՛ս **Пападимитриу Х.Х., Стайглиц К.** Комбинаторная оптимизация. М., 1985, стр. 510 էջ 226-230:

[7] Տե՛ս **Штойер Р.** Многокритериальная оптимизация. М., 1992, էջ 146-167:

[8] Տե՛ս **Хемди А. Таха**, նշվ. աշխ., էջ 179-206:

Գտնել X_{mn} մատրից այնպես, որ

$$Z= y_1\, w_1\, Z_1 + y_2\, w_2\, Z'_2 + y_3\, w_3\, Z'_3 + y_4\, w_4\, Z'_4 \to max$$

(*) սահմանափակումների (1)–ը պարունակող որևէ ենթաբազմության պահանջներով:

$y_1, y_2, y_3, y_4 \in \{0,1\}$ և $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \geq 2$ պայմանները ապահովում են, որ Z նպատակային ֆունկցիան միավորի երկու, երեք կամ չորս նպատակներ: Խ(Բ) դասի բոլոր 44 խնդիրներն էլ կարող են լուծվել սիմպլեքս մեթոդով կամ բուլյան փոփոխականներով տրանսպորտային խնդրի լուծման պոտենցիալների եղանակով:

Մեթոդ 2. **Դինամիկ ծրագրման (ԴԾ) եղանակ**

Կառուցենք G = (V, U) կողմնորոշված գրաֆ, որտեղ V-ն գագաթների, իսկ U-ն կողերի (աղեղների) բազմությունն է:

$$V= \{սկիզբ\} \cup \{i, j)/\, i = 1, \dots m;\, j = 1, \dots n\} \cup \{վերջ\},$$

$$U=\{(սկիզբ\,, (i, 1))/\, i = 1, \dots m\} \cup \{((i, j); (i, j + 1))/i = 1, \dots m, j = 1, \dots, n - 1\} \cup \{((i, n);\, վերջ /i = 1, \dots m\}:$$

G գրաֆն ունի $m \cdot n + 2$ գագաթներ, որոնք տրոհված են $n + 2$ շերտերի (փուլերի): Առաջին շերտում «սկիզբ» գագաթն է: Հաջորդ n շերտերից յուրաքանչյուր j-րդ շերտում m գագաթներ են, ընդ որում՝ (i, j) գագաթը նշանակում է, որ i-րդ բարիքը մշակվում է j-րդ հողակտորի վրա: Վերջին շերտում «վերջ» գագաթն է: G գրաֆն ունի $m + m(n - 1) + m = m(n + 1)$ կողեր: Յուրաքանչյուր (i, j) գագաթ մտնող կողի կշիռը նշանակենք v_{ij}-ով, որն ընդհանրացված ինտեգրալային չափանիշ է և հնարավորություն է տալիս հաշվի առնելու i-րդ բարիքը j-րդ հողակտորում աճեցնելու դեպքում սպասվելիք բերքատվությունը, եկամուտը կամ շահույթը, ոռոգման ջրի ծախսը, ռիսկերը, ինչպես նաև նպատակների նախապատվության աստիճանը՝

$$v_{ij} = y_1\, w_1\, \alpha_{ij} + y_2\, w_2\, \beta_2\, \alpha_{ij}\, (\alpha_1 c_i + \alpha_2 c'_i) + y_3\, w_3\, \beta_3 \left(l - l_{ij}\right) + y_4\, w_4\, \beta_4 \left(1 - r_{ij}\right):$$

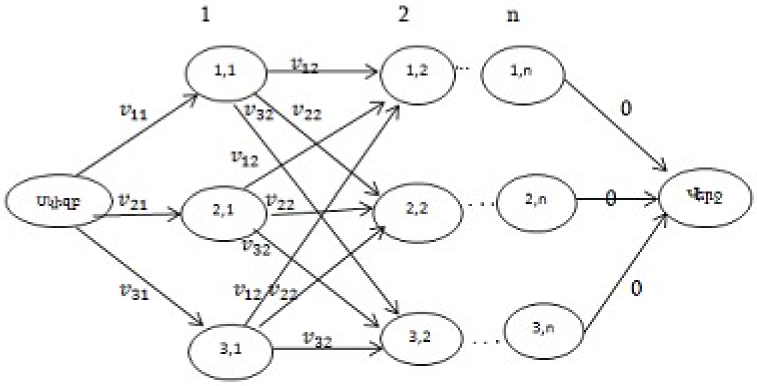
$$y_1, y_2, y_3\, y_4, \alpha_1, \alpha_2 \in \{0,1\} \text{ և } y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \geq 2,\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \ (**)$$

պայմաններով կստացվեն 11 տեսակի բազմաչափանիշային կշիռներ: «Վերջ» գագաթը մտնող կողերի կշիռները 0 են:

Ձևակերպենք 11 տեսակի v_{ij} կշիռներով առաջացող 11 բազմաչափանիշային խնդիրներից յուրաքանչյուրի պահանջը: Անհրաժեշտ է G գրաֆում գտնել «սկիզբ» գագաթը «վերջ» գագաթին միացնող և յուրաքանչյուր շերտի (փուլի) ճիշտ մեկ գագաթով անցնող այնպիսի կողմնորոշված ուղի՝ (սկիզբ; $(i1,1) \to ((i1,1); (i1,2)) \to \dots \to ((im, n)$; վերջ)), որ $v_{i1,1} + v_{i2,2} + \dots + v_{im,n}$ գումարը լինի մեծագույնը: Բոլոր 11 խնդիրներն էլ կարելի է արդյունավետ լուծել ցանցում կարճագույն ուղի գտնելու դինամիկ ծրագրման եղանակով[9]:

[9] Տե՛ս **Хемди А. Таха**, նշվ. աշխ., էջ 412-438:

Բերենք G կողմնորոշված գրաֆի օրինակ, երբ $m = 3$ (ունենք 3 բարիք):



Դիտարկվող խնդիրներում բերքի համաչափ բաշխում ապահովելու կամ պարենային անվտանգությունը և արտահանումը հաշվի առնելու (սահմանափակումներ (2) (3)) համար առաջարկվում է հետևյալ օժանդակ ալգորիթմը:

Օժանդակ ալգորիթմ ((2) և (կամ) (3) պայմանները հաշվի առնելու համար):

Տրված են $T = (t_1,\ldots,t_m)$, $P = (p_1,\ldots, p_m)$, $P' = (p'_1,\ldots, p'_m)$ վեկտորները: Ներմուծենք $D = (d_1,\ldots, d_m)$, $Q = (q_1,\ldots, q_m)$, $Q' = (q'_1,\ldots, q'_m)$ վեկտորներ: D վեկտորն ապահովելու է ԴԾ լուծվող խնդիրներում բերքի համաչափ բաշխումը: Q և Q' վեկտորներն ապահովելու են բարիքների նվազագույն և առավելագույն քանակների պահանջների կատարումը:

Քայլ 1: $d_k := 0$, $q_k := 0$, $q'_k := 0$, $k = 1,2,\ldots,m$; $j := 1$:

Քայլ 2: Դիցուք ԴԾ մեթոդով լուծվող որևէ խնդրի j-րդ փուլում ընտրվում է (i,j) զագաթը, ապա $d_i := d_i + 1$, $q_i := q_i + a_{ij}$, $q'_i := q'_i + a_{ij}$:

Քայլ 3: Ստուգել, եթե $d_i > t_i$ կամ $q'_i > p'_i$, ապա ընտրել ԴԾ j -րդ փուլում մեկ այլ (i',j) զագաթ, $d_i := d_{i-1}$, $q_i := q_{i-1}$, $q'_i := q'_{i-1}$, $i := i'$, անցնել քայլ 2-ին, հակառակ դեպքում՝ $j := j + 1$:

Քայլ 4: Ստուգել, եթե $j \leq m$, անցնել քայլ 2-ին:

Քայլ 5: Վերջ:

Ենթադրվում է (տե՛ս դիտողություն 7), որ (2) հավասարումների և (3) անհավասարումների աջ մասերը ապահովելու դեպքում կկատարվեն նաև $q_i \geq p_i$ պայմանները $(i = 1,2,\ldots,m)$: Օժանդակ ալգորիթմը կապահովի Խ(Բ) դասի բոլոր 44 խնդիրների ԴԾ եղանակով լուծումը:

Մեթոդ 3. **Հատումների և արտաքսումների եղանակ**

Առաջարկվող եղանակում ընտրվում են այն հողակտորները, որոնց համար տվյալ բարիքի դեպքում միաժամանակ ապահովվում են Խ1, Խ2, Խ3, Խ4 խնդիրների (կամ դրանց մի մասի) պահանջները: Այդ հողակտորները արտաքսվում են բազմաչափանիշային խնդրի պայմաններից: Ընթացքում արտաքսվում են նաև այն բարիքները, որոնց համար բավարարվում են (2) և (կամ) (3) պայմանները: Գործընթացը կավարտվի այն ժամանակ, երբ անհնարին դառնա որևէ հողակտորի արտաքսում: Այնուհետև, եթե մնացած հողակտորների բազմությունը դատարկ չէ, արդեն բավական փոքր չափերի բազմաչափանիշային խնդրի համար կիրառվում է հայտնի մեթոդներից որևէ մեկը:

Ալգորիթմի նկարագրությունը

Ալգորիթմը նկարագրվում է չորս նպատակային ֆունկցիաների պահանջների կատարման համար, սակայն այն (որոշ պարզ ձևափո-խումներով) կիրառելի է Խ(Բ) դասի բոլոր 44 խնդիրների համար:

Քայլ 1: Սիմպլեքս մեթոդով առանձին–առանձին լուծել Խ1, Խ2, Խ3, Խ4 – ը (միայն (1) պայմանով): Կստանանք 0,1-երից կազմված X^1, X^2, X^3, X^4 (m,n) չափանի լուծումների մատրիցներ: Եթե $\bigcap_{k=1}^{4} X^k$ – և 1 չի պարունակում, անցնել քայլ 3-ին: Ընտրենք բոլոր այն հողակտորները, որոնց համար $x_{ij}^1 = x_{ij}^2 = x_{ij}^3 = x_{ij}^4 = 1$, $i = 1, \dots m$; $j = 1, \dots n$:

Քայլ 2: Ստուգել (2) և (կամ) (3) պայմանները բարիքների համար: Բոլոր ընտրված հողակտորները և (2), (3) պայմաններին բավարարող բարիքները արտաքսել դիտարկվող խնդիրներից: Կստանանք ավելի փոքր (m, n) չափերի խնդիրներ: Անցնել քայլ 1-ին:

Քայլ 3: Դիտարկենք $\bigcap_{k=1}^{3} X^k$-ն բոլոր հնարավոր չորս եռյակներով (ըստ կարևորության): Եթե ոչ մի հատում 1 չի պարունակում, անցնել քայլ 4-ին: Ընտրել բոլոր այն հողակտորները, որոնք կան եռյակներով հատումներում, և նրանց վրա մշակել համապատասխան բարիքները: Անցնել քայլ 2-ին:

Քայլ 4: Դիտարկենք $\bigcap_{k=1}^{2} X^k$-ն բոլոր հնարավոր 6 զույգերով (ըստ կարևորության): Եթե ոչ մի հատում 1 չի պարունակում, անցնել քայլ 5-ին: Ընտրել բոլոր այն հողակտորները, որոնք կան զույգերով հատումներում. նրանց վրա մշակել համապատասխան բարիքները: Անցնել քայլ 2-ին:

Քայլ 5: Եթե $n \neq 0$ (պարզ է նաև, որ n ≠ 1), այսինքն՝ մնացել են չարտաքսված հողակտորներ, կիրառել բազմաչափանիշային խնդիր-ների լուծման որևէ մեթոդ:

Քայլ 6: Վերջ:

Դիտողություններ և առաջարկություններ

1. Այս աշխատանքում ձևակերպված խնդիրների դրվածքին մոտ խնդիրներ ուսումնասիրվել են շատ հեղինակների կողմից[10], սակայն խնդիրների միավորման դիտարկումը որպես բազմաչափանիշային խնդիրների դաս նորություն է:

---

[10] Տե՛ս **Иванов П. В., Ткаченко И. В**. Экономико-математическое моделирование в АПК. Ростов-на-Дону, 2013, էջ 101-107, 180-205, **Москаленко А. П., Гутенев В. В., Москаленко С. А., Денисов В. В**., Экономика природопользования и ресурсосбережения. Ростов-на-Дону, 2014, էջ 262-263, Տնտեսամաթեմատիկական մեթոդներ և մոդելներ. ՀՊՏՀ, Եր., 2017, էջ 48-51:

2. Բազմաչափանիշային խնդիրների լուծման համար առաջարկվող մեթոդ 2-ը և մեթոդ 3-ը նորություն են: Բացի այդ՝ մեթոդ 1-ում էլ կան նոր մոտեցումներ: Բոլոր մեթոդներում առաջարկվող ալգորիթմները արդյունավետ բազմանդամային են: Մեթոդ 1–ում դա սիմպլեքս մեթոդն է, մեթոդ 2-ում՝ ԴԾ եղանակը, իսկ մեթոդ 3–ում ամենաշատը պետք է կիրառել $4n$ հատ սիմպլեքս մեթոդներ, հետևաբար՝ առաջարկվող ալգորիթմի «բարդությունը» բազմանդամային է:

3. Եթե գյուղկուլտուրաների քանակը շատ չէ՝ $m = 3, 4, 5$, ապա սպասվում է, որ հատումների և արտաքսումների մեթոդի ալգորիթմը կիրառելիս քայլ 5-ում բավական քիչ հողակտորներ կմնան, որոնցում բարիքների արդյունավետ տեղաբաշխման համար անհրաժեշտ կլինի կիրառել այլ մեթոդներ: Իսկ եթե m ≥ 6 (օրինակ՝ $m = 3k$), ապա կարելի է գյուղկուլտուրաները և հողակտորները տրոհել k դասերի և յուրաքանչյուր դասի համար առանձին կիրառել մեթոդ 3-ը:

4. Պարզ է, որ առաջարկվող երեք մեթոդները (ինչպես նաև մինչ այժմ հայտնի այլ մեթոդներ) կիրառելիս բազմաչափանիշային խնդիրների համար կստացվեն այնպիսի «մոտավոր» լուծումներ, որոնք որպես կանոն չեն համընկնի լավագույն լուծումների հետ: Սակայն հատումների և արտաքսումների մեթոդի ալգորիթմը միակն է, որ մինչև քայլ 5-ին անցնելը բազմաչափանիշային խնդիրների համար ապահովում է այնպիսի լավագույն արդյունք, որ բոլոր խնդիրների նպատակային ֆունկցիաները (կամ դրանց մի մասը) ընդունում են լավագույն արժեքներ:

5. Մեթոդ 3-ում խնդիրների պարամետրերը համաչափ դարձնելու կարիք չկա:

6. Կարելի է առաջարկել հատումների և արտաքսումների եղանակով նոր ալգորիթմներ, որոնք մինչ այժմ հայտնի մի քանի տարբեր մեթոդներով լուծում են բազմաչափանիշային խնդիրները, և այնուհետև կատարվում են հատումներ (ըստ մեթոդների) և արտաքսումներ:

7. (2) և (3) պայմանները որոշ դեպքերում կարող են միմյանց հակասել: Անհրաժեշտ է, որ մասնագետները իրատեսական սահմանափակումներ առաջարկեն դիտարկվող խնդիրներում:

8. Անհրաժեշտ է հաշվի առնել տվյալ երկրի գյուղատնտեսական նշանակության հողերի առանձնահատկությունները: Օրինակ՝ ՀՀ-ի գյուղատնտեսական նշանակության մի շարք հողերի վրա իրականացվում է կրկնացանք, շատ դեպքերում գոյություն ունեցող ցանքաշրջանառության համակարգից խուսափելը նպատակահարմար չէ: Բացի այդ՝ պետք է հաշվի առնել մշակվող բարիքների տեսակների առանձնահատկությունները. օրինակ՝ ցորենն ու խաղողը մշակման տարբեր չափանիշներ են պահանջում: Առաջարկվում է գուղկուլտուրաները տրոհել երկու դասի՝ միամյա մշակաբույսեր (վարունգ, լոլիկ, ցորեն և

այլն) և բազմամյա (խաղող, ծիրան և այլն): Կարելի է նաև միամյա մշակաբույսերը տրոհել մշակման տեսակետից մոտ ենթադասերի, օրինակ՝ մի ենթադասում հացահատիկ, գարի, եգիպտացորեն, վարսակ և այլն: Այնուհետև մեթոդները կարելի է կիրառել յուրաքանչյուր դասի կամ ենթադասի համար առանձին՝ հաշվի առնելով նաև գյուղատնտեսության ոլորտի մասնագետների կարծիքները:

9. Առաջարկված մեթոդները լավ արդյունք կտան գուղատնտեսական նշանակության մեծ հողատարածքներ ունեցող երկրների համար (օրինակ՝ ՌԴ, Ուկրաինա և այլն):

10. Եթե դիտարկվող խնդիրներում հողակտորները հավասարամեծ չեն, ապա մեծ հողակտորները տրոհելով, իսկ փոքրերը միավորելով կարելի է դարձնել նույն չափի:

11. Եթե մշակվող գյուղկուլտուրայի տեսակից կախված անհրաժեշտ է երկու կամ երեք տարին մեկ փոխել տվյալ հողակտորի վրա մշակվող բարիքը, ապա բավական է $A_{mn} = (a_{ij})$ մատրիցի որոշ տարրեր հաջորդ տարի ձևափոխել (դարձնել 0 կամ - ∞):

12. Որոշ չափանիշների գնահատումը (օրինակ՝ ռիսկերի) բավականին բարդ գործընթաց է: Պետք է օգտվել նախորդ տարիների տվյալներից, կատարել հարցումներ, ինչպես նաև օգտագործել ոչ հստակ բազմությունների մաթեմատիկական ապարատը:

13. Եթե հաստատ գիտենք, թե որոշ հողատարածքների վրա ինչ մշակել (օրինակ՝ Գավառում՝ կարտոֆիլ, Աշտարակում՝ խաղող, ծիրան, Արմավիրում՝ ձմերուկ և այլն), ապա կարելի է պարզեցնել խնդիրները՝ դրանք դարձնելով ավելի փոքր չափերի (տե՛ս դիտողություն 3):

14. Կարելի է դիտարկվող խնդիրներում օգտագործել նաև այլ չափանիշներ: Օրինակ՝ էկոլոգիատնտեսական ցուցանիշներ՝ հողի մելիորացիա, քիմմաքրում, աղամաքրում, պարարտացում և այլն: Դրանցից բազմաչափանիշային խնդիրների դասը կմեծանա, սակայն լուծման մեթոդները չեն փոխվի:

15. Պարտադիր չէ (3) պայմանի կատարումը պահանջել բոլոր բարիքների համար: Օրինակ՝ ՀՀ-ում պարենային անվտանգության պահանջ դնել հացահատիկի արտադրության համար խելամիտ չէ, հատկապես որ 44-օրյա պատերազմից հետո Արցախի գյուղատնտեսական նշանակության հողերի մեծ մասը գտնվում է Ադրբեջանի վերահսկողության տակ:

ГАГИК ТОНОЯН, МАРИНЕ БУНИАТЯН – ***Некоторые подходы для решения многокритериальных задач в сельскохозяйственном секторе.*** – В статье предлагаются новые методы для решения многокритериальных задач в аграрном секторе. Сформулированы четыре оптимизационные задачи: максимизации суммарной урожайности всех благ, максимизации суммарной прибыли, минимизации суммарного объема поливных вод и минимизации суммарных рисков выращивания урожая (град, заморозки, засуха и др.). Кроме того сформулированы также дополнительные ограничения: равномерного распределения урожая, обеспечения продовольственной безопасности, а также обсуждаются возможности экспорта. По выше сформулированным условиям (или их частью) возникают 60 задач, 44 из которых – многокритериальные (с двумя, тремя или четырьмя целевыми функциями). Для решения этих задач предлагаются три метода: метод объединения целевых функций и сочетания весовых коэффициентов, метод динамического программирования, метод сечений и исключений, которые в основном новы. Все эти методы с некоторыми простыми преобразованиями можно применять для решения задач как в области экономики, так и в различных областях общественной жизни. Описаны алгоритмы методов, оценена их сложность. Алгоритмы всех предлагаемых методов эффективны (с полиномиальной сложностью). Приведены некоторые предложения и замечания, которые позволят расширить круг рассматриваемых задач, или, сужая этот круг, улучшить эффективность предложенных методов.

Ключевые слова: *многокритериальные задачи, принцип равновесия Парето, эффективные алгоритмы и их сложность, симплексный метод, транспортная задача, динамическое программирование*

GAGIK TONOYAN, MARINE BUNIATYAN – ***Some Approaches for Solving Multicriterial Problems in the Agricultural Sector.*** – The article proposes new methods for solving multicriteria problems in the agricultural sector. Four optimization tasks are formulated: maximizing the total yield of all benefits, maximizing the total profit, minimizing the total volume of irrigation water and minimizing the total risks of crop cultivation (hail, frost, drought, etc.). In addition, additional restrictions are also formulated: uniform distribution of the crop, ensuring food security, and export opportunities are also discussed. According to the above conditions (or part of them), 60 tasks arise, 44 of which are multicriteria (with two, three or four objective functions). To solve these problems, three methods are proposed: the method of combining objective functions and combinations of weight coefficients, the dynamic programming method, the method of cuts and exclusions, which are mostly new. All these methods, with some simple transformations, can be applied to solve problems both in the field of economics and in various areas of public life. The algorithms of the methods are described, their complexity is estimated. The algorithms of all proposed methods are efficient (with polynomial complexity). Some suggestions and comments are given that will expand the range of problems under consideration, or, by narrowing this range; improve the efficiency of the proposed methods.

Key words: *multicriterial problems, Pareto equilibrium principle, efficient algorithms and their complexity, simplex method, transportation problem, dynamic programming*