

УДК 539.3

В.С. САРКИСЯН, С.В. САРКИСЯН, А.Ф. ШАБОЯН

АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КРИВОЛИНЕЙНОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА С ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Исследовано поведение частот собственных колебаний криволинейного четырехугольника с прямолинейной анизотропией.

Рассматривается задача определения частоты собственных колебаний пластинки с прямолинейной анизотропией, плотность которой изменяется по заданному закону $\rho(x, y) = \rho_0(x^2 + y^2)^{-2}$ ($\rho_0 = \text{const}$). Срединная поверхность пластинки имеет вид криволинейного четырехугольника с центральным углом α . Для ортотропной пластинки уравнение колебания после перехода к полярным координатам и ряда преобразований сводится к следующему дифференциальному уравнению:

$$T[\psi] + \delta \{T_0[\psi] + T_1[\psi] \cos 2\varphi + T_2[\psi] \cos 4\varphi + T_3[\psi] \sin 2\varphi + T_4[\psi] \sin 4\varphi\} + 2\rho_0 h r_0^2 (D_1 + D_2)^{-1} \psi_{rr} = 0, \quad (1)$$

где выражение операторов $T[\cdot]$ и $T_i[\cdot]$ ($i = 0, 4$) дано в работе [1].

Предполагая, что $D_1 > D_2$, и вводя малый физический параметр $\delta = (D_1 - D_2)/(D_1 + D_2)$, решение уравнения (1) и величину $p^2 = 2\rho_0 h \omega^2 r_0^4 / (D_1 + D_2)$ представим в ряд по степеням δ :

$$\psi(r, \varphi) = \psi_0(r, \varphi) + \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \psi_i(r, \varphi), \quad p^2 = p_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i p_i. \quad (2)$$

Из уравнения (1) с учетом представлений (2) для функций ψ_i получается рекуррентная система дифференциальных уравнений. К этой системе следует присоединить преобразованные граничные условия [1]. Из условия существования нетривиального решения краевой задачи нулевого приближения получено трансцендентное уравнение относительно p_0 . Зная значение p_0 , находим значения p_1 и т. д. Имея эти значения, определяем относительную частоту колебания пластинки:

$$\theta = 1 + \delta \theta_1 + \delta^2 \theta_2 + \dots, \quad (3)$$

где $\theta = \omega \omega_0^{-1}$, $\theta_i = \omega_{ni} \omega_0^{-1}$, ($n = 1, 2, \dots$), $\omega_{in} = r_0^{-2} p_{in}^{\frac{1}{2}} (D_1 + D_2)^{1/2} (2\rho_0 h)^{-\frac{1}{2}}$.

Для анизотропных пластин некристаллического происхождения (древесина-сосна, дельта-древесина и фанера) с помощью компьютерной системы

MATHEMATICA 3.0 найдены значения относительной частоты собственных колебаний. В таблице приведены эти значения для фанеры.

$\alpha \backslash s$	2,5	2	1,8	1,6	1,5
$\pi/6$	1,103	1,106	1,108	1,112	1,108
$\pi/4$	1,101	1,105	1,106	1,109	1,104
$\pi/3$	1,100	1,103	1,105	1,108	1,102
$\pi/2$	1,096	1,100	1,104	1,106	1,100

Анализируя эти численные результаты, можем констатировать:

- разница собственных колебаний между ортотропной и изотропной пластинками примерно составляет для натуральной древесины 26–31%, дельта-древесины 20–24%, фанеры 9–11%;
- наличие анизотропии приводит к увеличению частоты собственных колебаний криволинейного четырехугольника;
- увеличение угла сектора приводит к уменьшению частоты собственных колебаний;
- при изменении $S = ba^{-1}$ частота собственных колебаний пластинки сначала увеличивается, при определенных значениях S достигает максимального значения, далее уменьшается (b и a – радиусы окружностей).

Кафедра механики сплошной среды Поступило 31.10.2000

ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисян В.С., Айрапетян В.Ж. Новые классы задач теории упругости анизотропного тела, Ер., Изд-во, ЕГУ,1997, 241 с.

Վ.Ս.ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ս.Վ.ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ա.Ֆ.ՇԱԲՈՅԱՆ

ՈՒՂԱՎԳԾԱՅԻՆ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊԻԱՅՈՎ ՕԺՏՎԱԾ ԿՈՐԱՎԾԱՅԻՆ
ԶԱՌԱՆԿՅԱՆ ՍԵՓԱԿԱՆ ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԱՆԱԼԻԶԸ

Ամփոփում

Հետազոտված է ուղղագծային անիզոտրոպիայով օժտված կորագծային քառանկյան սեփական տատանումների վարքը:

V.S.SARKISIAN, S.V.SARKISIAN, A.F.SHABOYAN

THE ANALYSIS OF VIBRATIONS OF CURVILINEAR
TETRAGON WITH RECTILINEAR ANISOTROPY

Summary

The behaviour of frequencies of vibrations of curvilinear tetragon with a rectilinear anisotropy is investigated.