

УДК 517.948.25

Г.Г. СААКЯН

ТЕОРЕМА ФЛОКЕ – ЛЯПУНОВА
ДЛЯ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДИРАКА
С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В работе для двухпараметрической системы Дирака с периодическими коэффициентами, вводятся понятия матрицанта, матрицы монодромии, рассматриваются их свойства и доказывается аналог теоремы Флоке–Ляпунова.

§1. Введение и формулировка основных результатов. Идея рассмотрения многопараметрических задач со многими комплексными параметрами возникла в некоторых задачах для дифференциальных уравнений в частных производных при разделении переменных. В настоящее время известно достаточно много работ, касающихся исследований многопараметрических задач с различными условиями (см. [1–10]).

В частности, представляют собой интерес многопараметрические задачи с периодическими условиями. В однопараметрическом случае рассмотрение подобных задач приводит к таким понятиям, как матрицант, матрица монодромии, устойчивость решений и т.д. (см. [11–13]).

В данной статье рассматривается двухпараметрическая система Дирака с периодическими коэффициентами, являющаяся обобщением соответствующей однопараметрической системы. Для вышеуказанной системы вводятся понятия матрицанта, матрицы монодромии, рассматриваются их свойства, доказывается аналог теоремы Флоке–Ляпунова.

Рассматривается следующая двухпараметрическая система Дирака:

$$S \frac{dy^r(x_r)}{dx_r} + G_r(x_r) y^r(x_r) = \sum_{s=1}^2 \lambda_s A_{rs}(x_r) y^s(x_r), \quad 0 \leq x_r \leq \ell_r, \quad r=1, 2, \quad (1.1)$$

$G_r(x_r), A_{rs}(x_r)$ ($s, r=1, 2$) — непрерывные на $[0, \ell_r]$ вещественные, симметричные, периодические матрицы порядка 2×2 :

$$G_r(x_r + \ell_r) = G_r(x_r), \quad A_{rs}(x_r + \ell_r) = A_{rs}(x_r), \quad r, s=1, 2, \quad (1.2)$$

λ_1, λ_2 — комплексные параметры, $y^r(x_r) = (y_1^r(x_r), y_2^r(x_r))$ — C^2 -значная неизвестная вектор-функция. S — сигнатурная матрица: $S^* = -S$, $S^2 = -E$ (E — единичная матрица порядка 2×2).

Рассмотрим некоторые необходимые понятия.

Пусть $H_r = L^2[0, \ell_r]$, $r=1, 2$, — гильбертово пространство C^2 -значных век-

тор-функций. Тензорное произведение H_1 и H_2 обозначим через H . Элементами H будут всевозможные произведения произвольных двух вектор-функций $f_1(x) = (f_{11}(x), f_{12}(x)) \in H_1$ и $f_2(x) = (f_{21}(x), f_{22}(x)) \in H_2$, определяемые в H как четырехмерные вектор-функции

$$f(x) = f_1(x) \otimes f_2(x) = (f_{11}(x)f_{21}(x), f_{11}(x)f_{22}(x), f_{12}(x)f_{21}(x), f_{12}(x)f_{22}(x)). \quad (1.3)$$

Тензорное произведение двух операторов A и B , действующих соответственно в H_1 и H_2 , определяется в H как $(A \otimes B)(f_1(x_1) \otimes f_2(x_2)) = (Af_1(x_1)) \otimes (Bf_2(x_2))$.

Обозначим через $M^{n,n}$ множество квадратных матриц порядка n , а через E_n и O_n — соответственно n -мерные единичную и нулевую матрицы.

Тензорное произведение двух двухмерных матриц $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ определяется как следующая четырехмерная матрица:

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

или в блочном виде

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & a_{12}B \\ a_{21}B & a_{22}B \end{pmatrix}.$$

Путем непосредственных вычислений и несложных рассуждений можно показать, что для тензорных произведений матриц имеют место следующие свойства.

$$1. \quad AB \otimes CD = (A \otimes C)(B \otimes D). \quad (1.5)$$

Из этого свойства, в частности, следуют

$$а) \quad A \otimes BC = (A \otimes B)(E \otimes C), \text{ где } E = E_2, \quad (1.6)$$

$$б) \quad A \otimes B = (A \otimes E)(E \otimes B). \quad (1.7)$$

$$2. \quad (A + B) \otimes C = A \otimes C + B \otimes C. \quad (1.8)$$

$$3. \quad (A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1}. \quad (1.9)$$

$$4. \quad (A \otimes B)^* = A^* \otimes B^*. \quad (1.10)$$

$$5. \quad \frac{\partial}{\partial x_r}(A \otimes B) = \frac{\partial A}{\partial x_r} \otimes B + A \otimes \frac{\partial B}{\partial x_r}. \quad (1.11)$$

$$6. \quad \text{Если } A(x_1) \otimes B(x_2) \equiv 0, \text{ то либо } A(x_1) \equiv 0 \text{ для } x_1 \in [0, l_1], \text{ либо } B(x_2) \equiv 0 \text{ для } x_2 \in [0, l_2]. \quad (1.12)$$

Определение 1. Пусть $Y_r(x, \lambda)$ — матрицант r -ого уравнения системы (1.1) ($r=1,2$), $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$. Матрицу-функцию, определенную формулой

$$Y(x, \lambda) = Y_1(x_1, \lambda) \otimes Y_2(x_2, \lambda), \quad (1.13)$$

назовем матрицантом системы (1.1). Заметим, что $Y(0, \lambda) = Y_1(0, \lambda) \otimes \otimes Y_2(0, \lambda) = E_2 \otimes E_2 = E_4$.

Определение 2. Оператор $Y(\ell, \lambda)$, где $\ell = (\ell_1, \ell_2)$, называется матрицей монодромии системы (1.1), а его собственные значения – мультипликаторами системы (1.1).

Основные результаты работы выражены в следующих теоремах.

Теорема 1. Для матрицанта системы (1.1) справедливы соотношения

1) при $\lambda \in R^2$

$$Y * IY = I, \quad (1.14)$$

где $I = S \otimes S$;

$$2) Y(x + \ell, \lambda) = Y(x, \lambda)Y(\ell, \lambda). \quad (1.15)$$

Теорема 2. Матрицант системы (1.1) является решением следующей системы в частных производных:

$$S_r^+ \frac{\partial Y}{\partial x_r} + G_r^+ Y = \sum_{s=1}^2 \lambda_s A_{rs}^+ Y, \quad r=1, 2, \quad (1.16)$$

где

$$S_1^+ = S \otimes E, \quad S_2^+ = E \otimes S, \quad G_1^+ = G_1 \otimes E, \quad G_2^+ = E \otimes G_2, \quad (1.17)$$

$$A_{1s}^+ = A_{1s} \otimes E, \quad A_{2s}^+ = E \otimes A_{2s}, \quad s=1, 2.$$

Теорема 3. Если решение системы (1.16) представимо в виде $Y(x, \lambda) = Y_1(x_1, \lambda) \otimes Y_2(x_2, \lambda)$, причем $Y_r(0, \lambda) = E_2$ для какого-то r ($r=1, 2$), то $Y_r(x_r, \lambda)$ ($r=1, 2$) является матрицантом r -ого уравнения системы (1.1).

Обозначим через $F_r(x_r)$ матрицант системы $S \frac{dy}{dx_r} + G_r y = 0$, $r=1, 2$, а

через $\tilde{Y}_r(x_r)$ - матрицант системы $S \frac{d\tilde{y}}{dx_r} = \sum_{s=1}^2 \lambda_s \tilde{A}_{rs} \tilde{y}$, где $\tilde{A}_{rs} = F_r^* A_{rs} F_r$.

Теорема 4. Матрицант системы (1.1) можно представить в виде

$$Y(x, \lambda) = F(x) \tilde{Y}(x, \lambda), \quad (1.18)$$

где

$$F(x) = F_1(x_1) \otimes F_2(x_2), \quad \tilde{Y}(x, \lambda) = \tilde{Y}_1(x_1, \lambda) \otimes \tilde{Y}_2(x_2, \lambda),$$

при этом $F(x)$ является решением системы в частных производных

$$S_r^+ \frac{\partial F}{\partial x_r} + G_r^+ F = 0, \quad r=1, 2, \quad (1.19)$$

а $\tilde{Y}(x, \lambda)$ – решением системы

$$S_r^+ \frac{\partial \tilde{Y}}{\partial x_r} = \sum_{s=1}^2 \lambda_s \tilde{A}_{rs} \tilde{Y}, \quad r=1, 2, \quad (1.20)$$

где

$$\tilde{A}_{1s} = \tilde{A}_{1s} \otimes E = F_1^* A_{1s} F_1 \otimes E, \quad \tilde{A}_{2s} = E \otimes \tilde{A}_{1s} = E \otimes F_2^* A_{2s} F_2. \quad (1.21)$$

Кроме того, $F(0) = \tilde{Y}(0, \lambda) = E_4$.

Теорема 5. Матрицант системы (1.1) $Y(x, \lambda)$ представим в виде

$$Y(x, \lambda) = F(x, \lambda) e^{K(x, \lambda)}, \quad (1.22)$$

где $F(x, \lambda)$ – двухпериодическая непрерывная матрица периода $\ell = (\ell_1, \ell_2)$, невырожденная для всех значений $x = (x_1, x_2)$ и $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$, и удовлетворяющая условию $F(0, \lambda) = E_4$, а $K(x, \lambda) = x_1 K_1^+(\lambda) + x_2 K_2^+(\lambda) \in M^{4,4}$.

§2. Некоторые предварительные понятия и результаты. Рассмотрим сначала одно из уравнений (1.1), зафиксировав r , и для удобства дальнейшего изложения запишем его в виде

$$S \frac{dy(x)}{dx} + G(x)y(x) = \sum_{s=1}^2 \lambda_s A_s(x)y(x). \quad (2.1)$$

Как известно, матрица $Y(x, \lambda_1, \lambda_2)$ порядка 2×2 , удовлетворяющая матричному уравнению

$$S \frac{dY}{dx} + GY = \sum_{s=1}^2 \lambda_s A_s Y \quad (2.2)$$

и начальному условию $Y(0, \lambda_1, \lambda_2) = E_2$, называется матрицантом системы (2.1). Нетрудно проверить (см., напр., [13]), что всякое матричное решение уравнения (2.2) можно получить по формуле

$$Y_1(x, \lambda) = Y(x, \lambda)C, \quad (2.3)$$

где C – постоянная матрица.

Имеет место следующая

Теорема 6. Для матрицанта уравнения (2.1) справедливы соотношения

$$1) Y(x + \ell, \lambda) = Y(x, \lambda)Y(\ell, \lambda), \quad (2.4)$$

$$2) \text{ при } \lambda \in \mathbb{R}^2$$

$$Y^* S Y = S \quad (S - \text{унитарность}). \quad (2.5)$$

Доказательство.

1. Подстановкой легко убедиться, что $Y(x + \ell, \lambda)$ также является решением (2.1), и согласно (2.3)

$$Y(x + \ell, \lambda) = Y(x, \lambda)C, \quad (2.6)$$

где C – постоянная неособенная матрица. Полагая в (2.6) $x=0$ и учитывая то, что $Y(0, \lambda) = E$, найдем $C = Y(\ell, \lambda)$.

2. Для доказательства соотношения (2.5) продифференцируем выражение $Y^* S Y$ и, используя уравнение (2.1), а также уравнение, получающееся из него операцией эрмитова сопряжения, т.е.

$$(S \frac{dY}{dx})^* = -Y^* G + \sum_{s=1}^2 \bar{\lambda}_s Y^* A_s,$$

найдем

$$\frac{d}{dx}(Y^* S Y) = \sum_{s=1}^2 (\lambda_s - \bar{\lambda}_s) Y^* A_s Y. \quad (2.7)$$

Отсюда, в силу вещественности λ_s , получим

$$Y^* S Y = \text{const}. \quad (2.8)$$

И поскольку $Y(0, \lambda) = E$, то, положив в (2.8) $x=0$, найдем $\text{const} = S$.

Известно [3], что матрица $Y(\ell, \lambda)$ называется матрицей монодромии, а ее собственные числа – мультипликаторами уравнения (2.1). Рассмотрим

вновь (2.1):

$$S \frac{dy(x)}{dx} + G(x)y(x) = \sum_{s=1}^2 \lambda_s A_s(x)y(x). \quad (2.9)$$

Пусть $F(x)$ – матрицант уравнения

$$S \frac{dy(x)}{dx} + G(x)y(x) = 0. \quad (2.10)$$

Можно показать (см., напр., [12, 13]), что путем преобразования $y = F \hat{y}$ систему (2.9) можно свести к виду

$$S \frac{d\hat{y}}{dx} = \sum_{s=1}^2 \lambda_s \hat{A}_s \hat{y}, \quad (2.11)$$

где $\hat{A}_s = F^* A_s F$. Таким образом, между матрицантами Y , F и $\hat{Y}$ уравнений (2.9), (2.10), (2.11) имеет место соотношение

$$Y(x, \lambda) = F(x) \hat{Y}(x, \lambda). \quad (2.12)$$

§3. Доказательства теорем 1-4. Учитывая (1.13), нетрудно показать, что имеет место

Лемма 1. Если ρ_r и y_r – соответственно собственные значения и векторы матриц $Y_r(\ell, \lambda)$ ($r=1,2$), то $\rho_1 \rho_2$ и $y_1 \otimes y_2$ являются собственным значением и вектором матрицы монодромии $Y(\ell, \lambda)$ системы (1.1).

Доказательство теоремы 1. Для этого достаточно воспользоваться соотношениями (1.13) и (2.4).

Замечание. Легко проверить, что оператор I , определенный как $S \otimes S$, обладает свойствами

$$\begin{aligned} 1. I^2 &= E_4, \\ 2. I^* &= I. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Доказательство теоремы 2. Докажем, что матрицант $Y(x) = Y_1(x_1) \otimes Y_2(x_2)$ удовлетворяет первому уравнению системы (1.16), т.е.

$$S_1^+ \frac{\partial Y}{\partial x_1} + G_1^+ Y = \sum_{s=1}^2 \lambda_s A_{1s}^+ Y. \quad (3.2)$$

Подставив значения $S_1^+, S_2^+, G_1^+, G_2^+, A_{1s}^+, A_{2s}^+, Y$ в левую часть уравнения (3.2) и учитывая свойства (1.7), (1.8) и (1.10), последовательно получим

$$\begin{aligned} & (S \otimes E) \frac{\partial}{\partial x_1} (Y_1 \otimes Y_2) + (G_1 \otimes E)(Y_1 \otimes Y_2) = \\ &= (S \otimes E) \frac{dY_1}{dx_1} \otimes Y_2 + (G_1 \otimes E)(Y_1 \otimes Y_2) = S \frac{dY_1}{dx_1} \otimes Y_2 + G_1 Y_1 \otimes Y_2 = \\ &= (S \frac{dY_1}{dx_1} + G_1 Y_1) \otimes Y_2 = (\sum_{s=1}^2 \lambda_s A_{1s} Y_1) \otimes Y_2 = \sum_{s=1}^2 \lambda_s (A_{1s} \otimes E)(Y_1 \otimes Y_2) = \\ &= \sum_{s=1}^2 \lambda_s (A_{1s} \otimes E) Y, \end{aligned}$$

что и требовалось показать. Аналогично доказываем, что матрицант $Y(x)$ удовлетворяет и второму уравнению системы (1.16).

Доказательство теоремы 3. Подставив значение матрицанта $Y(x, \lambda) = Y_1(x_1, \lambda) \otimes Y_2(x_2, \lambda)$ в первое уравнение системы (1.16), путем несложных преобразований с учетом свойств (1.9), (1.10) можно привести полученное равенство к следующему виду:

$$\left(S \frac{dY_1}{dx_1} + G_1 Y_1 - \sum_{s=1}^2 \lambda_s (A_s, Y_1)\right) \otimes Y_2 = 0.$$

Так как $Y_2 \equiv 0$, то согласно свойству (1.12) получим

$$S \frac{dY_1}{dx_1} + G_1 Y_1 = \sum_{s=1}^2 \lambda_s A_s Y_1,$$

т.е. Y_1 — матрицант первого уравнения системы (1.1). Аналогично проводится доказательство и для Y_2 . С другой стороны, предположив, например, что $Y_1(0, \lambda) = E_2$, получим $Y(0, \lambda) = E_2 \otimes Y_2(0, \lambda) = E_4 = E_2 \otimes E_2$, откуда в силу свойства (1.12) найдем, что $Y_2(0, \lambda) = E_2$.

Доказательство теоремы 4. Воспользовавшись определением (1.13) и соотношением (2.12), найдем

$$\begin{aligned} Y(x, \lambda) &= Y_1(x_1, \lambda) \otimes Y_2(x_2, \lambda) = F_1(x_1) \tilde{Y}_1(x_1, \lambda) \otimes F_2(x_2) \tilde{Y}_2(x_2, \lambda) = \\ &= (F_1(x_1) \otimes F_2(x_2)) (\tilde{Y}_1(x_1, \lambda) \otimes \tilde{Y}_2(x_2, \lambda)) = F(x) \tilde{Y}(x, \lambda). \end{aligned}$$

Далее, подставив значение $F(x)$ в левую часть уравнения (1.19), найдем

$$(S \otimes E) \frac{\partial F}{\partial x_1} + (G_1 \otimes E) F = \left(S \frac{\partial F_1}{\partial x_1} + G_1 F_1\right) \otimes F_2 = 0_2 \otimes F_2 = 0_4,$$

т.е. $F(x)$ удовлетворяет первому уравнению системы (1.19). Аналогично проводится доказательство и при $n=2$. Из определения $F(x)$ следует, что $F(0) = E_4$. Подстановкой проверяется и то, что $\tilde{Y}(x, \lambda)$ является матрицантом системы (1.20). С другой стороны, $\tilde{Y}(0, \lambda) = \tilde{Y}_1(0, \lambda) \otimes \tilde{Y}_2(0, \lambda) = E_4$.

§4. Теорема Флоке–Ляпунова.

Лемма 2. Для произвольных матриц $A, B \in M^{n,n}$ и единичной матрицы $E = E_n$ имеют место следующие свойства:

$$1. e^A \otimes E = e^{A \otimes E}, \quad (4.1)$$

$$2. E \otimes e^B = e^{E \otimes B}, \quad (4.2)$$

$$3. e^A \otimes e^B = e^{A \otimes E} \cdot e^{E \otimes B}. \quad (4.3)$$

Доказательство. Заметим сначала, что из свойств (1.7) и (1.8) следует

$$(A \otimes E)^m = A^m \otimes E, \text{ где } m \in N. \quad (4.4)$$

Далее, используя определение матрицы e^A и соотношения (1.8), (4.4), найдем

$$e^A \otimes E = \left(E + A + \frac{A^2}{2!} + \dots + \frac{A^n}{n!} + \dots\right) \otimes E = E \otimes E + A \otimes E + \frac{A^2 \otimes E}{2!} + \dots$$

$$+ \dots + \frac{A^m \otimes E}{m!} + \dots = E \otimes E + A \otimes E + \frac{(A \otimes E)^2}{2!} + \dots + \frac{(A \otimes E)^m}{m!} + \dots = e^{A \otimes E}.$$

Аналогично доказывается и свойство 2. Свойство 3 вытекает из соотношений (1.7), (4.1), (4.2).

Доказательство теоремы 5. Пусть $Y_r(x_r, \lambda)$ ($r=1,2$) – матрицант r -ого уравнения системы (1.1), а $Y(x, \lambda)$ – матрицант системы (1.1). Обозначим через $K_1(\lambda), K_2(\lambda)$ постоянные матрицы порядка 2×2 , такие, что

$$e^{\ell_r K_r(\lambda)} = Y_r(\ell_r, \lambda), \quad r=1,2. \quad (4.5)$$

Так как $Y_r(x_r, \lambda)$, $r=1,2$, невырожденные, то такие решения $K_1(\lambda), K_2(\lambda)$ существуют. Обозначим через $F(x, \lambda)$ матрицу-функцию, определенную формулой

$$F(x, \lambda) = Y(x, \lambda) e^{-K(x, \lambda)}, \quad (4.6)$$

где

$$K(x, \lambda) = x_1 K_1^+(\lambda) + x_2 K_2^+(\lambda) = x_1 K_1(\lambda) \otimes E + E \otimes x_2 K_2(\lambda). \quad (4.7)$$

Воспользовавшись соотношениями (4.1), (4.2) и (4.3), нетрудно показать двухпериодичность $F(x, \lambda)$. Действительно, имеем

$$\begin{aligned} F(x + \ell, \lambda) &= Y(x + \ell, \lambda) e^{-K(x + \ell, \lambda)} = Y(x, \ell) Y(\ell, \lambda) e^{-(x_1 + \ell_1) K_1(\lambda) \otimes E - E \otimes x_2 K_2(\lambda) - \ell_2 K_2(\lambda)} = \\ &= Y(x, \ell) (Y_1(\ell, \lambda) \otimes Y_2(\ell, \lambda)) e^{-\ell_1 K_1(\lambda) \otimes E} e^{-E \otimes \ell_2 K_2(\lambda)} e^{-K(x, \lambda)} = \\ &= Y(x, \ell) (Y_1(\ell, \lambda) \otimes Y_2(\ell, \lambda)) (e^{-\ell_1 K_1(\lambda)} \otimes E) (E \otimes e^{-\ell_2 K_2(\lambda)}) e^{-K(x, \lambda)} = \\ &= Y(x, \ell) (Y_1(\ell, \lambda) e^{-\ell_1 K_1(\lambda)} \otimes Y_2(\ell, \lambda) e^{-\ell_2 K_2(\lambda)}) e^{-K(x, \lambda)} = Y(x, \ell) e^{-K(x, \lambda)} = F(x, \lambda). \end{aligned}$$

Из определения $F(x, \lambda)$ вытекает ее невырожденность. Наконец из соотношения (4.6) получим

$$Y(x, \lambda) = F(x, \lambda) e^{K(x, \lambda)},$$

что и требовалось доказать.

Линейность $K(x, \lambda)$ относительно x_1 и x_2 и периодичность $F(x, \lambda)$ по $x = (x_1, x_2)$ позволяют нам назвать доказанную теорему аналогом теоремы Флоке–Ляпунова.

Арцахский госуниверситет

Поступила 25.10.2000

ЛИТЕРАТУРА

1. Atkinson F.V. Multiparameter eigenvalue problems. Academic Press, New York and London, 1972. v.1
2. Browne P. J. – J. Math. Anal. and Applications, 1972, v.38, p. 553–568.
3. Browne P. J. – J. Math. Anal. Appl., 1977, v.60, p. 259–273.
4. Browne P. J. – Lecture Notes in Math., 1982, v. 964, p.95–109.
5. Sleeman B. D. Spectral theory and asymp. diff. equations. Dep. Math. Univ. Scotland, 1974, p.81–94.
6. Sleeman B. D. – Lecture Notes in Math., 1972, v. 280, p.347–353.
7. Browne P.J., Sleeman B.D. – Edinburg Math. Soc., 1986, v.3, p.343–348.
8. Rynne B.P. – Proc. Edinburg Math. Soc., 1994, v. 37, N2, p.301–316.
9. Volkmer H. – Proc. Edinburg Math. Soc., 1996, v.39, N1, p.111–132.
10. Binding P.A., Browne P.J. – Results Math., 1997, v.1–2, p.1–13.

11. Гохберг И.Ц., Крейн М.Г. Теория вольтерровых операторов в гильбертовом пространстве и ее приложения. М.: Наука, 1967.
12. Левитан Б. М., Саргсян И. С. Операторы Штурма–Лиувилля и Дирака. М.: Наука, 1988.
13. Якубович В. А., Старжинский В.М. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М.: Наука, 1972.

Գ.Հ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

ՖԼՈԿԵ–ԼՅԱՊՈՒՆՈՎԻ ԹԵՈՐԵՄԸ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐՈՎ ԵՐԿՈՒ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐՈՎ ԴԻՐԱԿԻ ՀԱՍՏԱՐԳԻ ՀԱՍԱՐ

Ա մ փ n փ n i մ

Աշխատանքում պարբերական գործակիցներով երկու պարամետրերով Դիրակի համակարգի համար սահմանվում են մատրիցանտը և մոնոդրոմիայի մատրիցը, դիտարկվում են նրանց հատկությունները և ապացուցվում է Ֆլոկե–Լյապունովի թեորեմը:

G.H.SAHAKIAN

FLOKE–LIAPUNOV'S THEOREM FOR DIRAC'S TWO PARAMETER SYSTEM WITH PERIODICAL COEFFICIENTS

Summary

In this work matriciant, matrix of monodromy are defined, their properties are considered and Floke–Liapunov's theorem is proved for Dirac's two-parameter system with periodical coefficients.