ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2002 Естественные науки

*Механика*

УДК 62. 50

В.Р. БАРСЕГЯН

# О ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОЭТАПНО МЕНЯЮЩИМИСЯ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ В ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ

**Исследована задача оптимального управления поэтапно меняющимися линейными системами с фазовыми ограничениями в промежуточные моменты времени при заданном критерии качества на всем промежутке времени и предложен способ решения.**

Пусть движение управляемой поэтапно меняющейся линейной системы описывается векторными дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}_k = A_k(t)x_k + B_k(t)u_k \quad (k = 1,\dots,m+1), \tag{1}$$

где $x_k(t) \in R^n$ – фазовый вектор системы, $A_k(t) - (n \times n)$-мерная, $B_k(t) - (n \times r_k)$-мерная измеримые ограниченные матрицы функции при $t_0 \le t \le T$ ($t_0$ и $T$ – заданные моменты времени) $u_k(t) - r_k$-мерный вектор-столбец управляющих воздействий, компоненты которого считаются измеримыми ограниченными функциями.

Заданы начальное $x_1(t_0) = a_0$ и конечное $x_{m+1}(T) = a_{m+1}$ значения фазового вектора управляемой системы.

Предполагается, что в некоторые промежуточные моменты времени

$$t_0 < t_1 < \dots < t_m < t_{m+1} = T$$

фазовая точка $x_k(t_k)$ принадлежит некоторому компактному множеству

$$x_k(t_k) \in X_k \subset R^n \quad (k = 1,\dots,m) \tag{2}$$

и что для движения системы (1) выполняются условия $x_k(t_k) \equiv x_{k+1}(t_k)$ $(k = 1,\dots,m)$.

Пусть на промежутке времени $[t_0, T]$ задан функционал

$$æ\,[u_1(\cdot),\dots,u_{m+1}(\cdot)]. \tag{3}$$

Требуется найти оптимальные управляющие воздействия $u_k^0(t), t \in [t_0, T]$ $(k = 1,\dots,m+1)$, переводящие систему (1) из состояния $x_1(t_0)$ через промежуточные состояния (2) в конечное состояние $x_{m+1}(T)$, и минимизирующие функционал (3).

Представляя решение уравнения (1) на $k$-ом этапе (т.е. на промежутке времени $[t_{k-1}, t_k]$) по формуле Коши, получим следующие интегральные соотношения [1] :

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} H_k[t_k, \tau] u_k(\tau) d\tau = c_k(t_{k-1}, t_k) \quad (k = 1, \ldots, m+1), \tag{4}$$

где $c_k(t_{k-1}, t_k) = x_k(t_k) - X_k[t_k, t_{k-1}] x_k(t_{k-1})$ – постоянный вектор для каждого $k$ $(k = 1, \ldots, m+1)$, $H_k[t_k, \tau] = X_k[t_k, \tau] B_k(\tau)$, а $X_k[t_k, \tau]$ – нормированная фундаментальная матрица решения однородной части уравнения (1).

Целесообразно интегральные условия (4) представить в виде

$$\int_{t_0}^{T} H[\tau] U(\tau) d\tau = C(t_0, \ldots, t_{m+1}), \tag{5}$$

где $H[\tau]$ – блочная матрица с размерностью $n(m+1) \times \left( \sum_{k=1}^{m+1} r_k \right)$; $U(\tau) - \left( \sum_{k=1}^{m+1} r_k \right)$-мерный, $C(t_0, \ldots, t_{m+1})$ – $n(m+1)$-мерные блочные векторы-столбцы соответственно с блоками векторов $u_k(\tau)$ и $c_k(t_{k-1}, t_k)$ [2].

Левая часть (5) рассматривается как линейная операция, порожденная функциями $U(\tau)$ на отрезке $[t_0, T]$ [1]. Задача отыскания минимума функционала (3) с интегральными условиями (5) решается по изложенным в [2, 3] способам.

Можно предположить, как в [2], что в моменты времени $t_k (k = 1, \ldots, m+1)$ заданы только части фазовых координат вектора $x_k(t_k)$, т.е. если заданные координаты пронумеровать по порядку, то их можно представить так:

$$\left\{ x_k^{(1)}(t_k), \ldots, x_k^{(i_k)}(t_k) \right\} \quad (i_k \le n; k = 1, \ldots, m+1). \tag{6}$$

Остальные координаты в момент времени $t_k (k = 1, \ldots, m+1)$ могут принимать любые значения.

Минимум функционала (3) с условиями (2) или (6) будет достигать при управляющих воздействиях

$$u_k^0(t) = u_k^0\left(t_0, t; x_k^{(j)}(t_{k-1}), x_k^{(j)}(t_k); j = 1, \ldots, i_k\right) \quad (k = 1, \ldots, m+1). \tag{7}$$

Поэтому значение функционала для управления (7) зависит от координат фазового вектора, т.е.

$$æ[u_1^0(\cdot), \ldots, u_{m+1}^0(\cdot)] = æ[x_k^{(1)}(t_k), \ldots, x_k^{(i_k)}(t_k); k = 1, \ldots, m+1]. \tag{8}$$

Следовательно, с помощью выбора координат фазового вектора $x_k(t_k)$ можно найти минимум значения функционала (8).

*Кафедра теоретической механики ЕГУ* *Поступило 18.12.2001*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Красовский Н.Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968.
2. **Барсегян В.Р.** – Изв. НАН Армении, Механика, 1999, т. 52, N 2.
3. **Габриелян М.С.** – Ученые записки ЕГУ, 1973, N 3.

Վ.Ռ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ

## ԷՏԱՊ ԱՌ ԷՏԱՊ ՓՈՓՈԽՎՈՂ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՄԻՋԱՆԿՅԱԼ ՊԱՀԵՐԻՆ ԴՐՎԱԾ ՖԱԶԱՅԻՆ ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿՈՒՄՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

### Ամփոփում

Ուսումնասիրված է էտապ առ էտապ փոփոխվող ժամանակի միջանկյալ պահերին դրված ֆազային սահմանափակումներով գծային համակարգերի օպտիմալ ղեկավարման խնդիրը, երբ որակի հայտանիշը տրված է ժամանակի ամբողջ միջակայքի վրա և առաջադրված է լուծման եղանակ:

V.R. BARSEGHIAN

## ABOUT A PROBLEM OF OPTIMAL CONTROL OF STEPWISE CHANGING LINEAR SYSTEMS WITH PHASE STATES RESTRICTIONS IN INTERMEDIATE MOMENTE

### Summary

Problem of optimal control of stepwise changing linear systems with phase restrictions in intermediate instants is investigated at a specific criterions of quality on the whole time interval and method of a solution is offered.