

УДК 539.3; 62.50

Ա.Ա. ГУКАСЯՆ, Վ.Վ. ԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПРИБЛИЖЕННОГО УПРАВЛЕНИЯ УПРУГИХ СИСТЕМ

Для двух упругих механических систем (летательный аппарат, упругий манипулятор) на основе их математических моделей исследованы алгоритмы управления. Найлены параметры управления, обеспечивающего гашение первой моды упругих колебаний в конце движения. Представлены графики колебаний упругих элементов этих систем при полученных алгоритмах управления.

Увеличение размеров современных летательных аппаратов (ЛА) и манипуляционных роботов (МР) и тенденции уменьшения их массы за счет применения современных легких материалов, как правило, приводят к увеличению упругих свойств этих систем [1, 2]. В связи с этим более актуальными становятся задачи активного гашения упругих колебаний в таких системах. С физической точки зрения задачи управления можно разделить на два типа:

- задачи синтеза алгоритмов управления с обратными связями, обеспечивающими демпфирование колебаний за счет двигателей [3,4];
- задачи синтеза задающих (программных) воздействий, приводящих систему в заданное конечное положение с гашением упругих колебаний [5, 6].

Теоретические и экспериментальные исследования манипуляционных роботов с упругими элементами показывают, что из-за ограниченных возможностей двигателей и силовых цепей управления добиться эффективного демпфирования колебаний удастся не всегда [7]. В настоящей работе рассматривается второй способ применительно к упругому ЛА и МР с упругим последним звеном.

1. Кинематическая модель ЛА и уравнения движения. Рассматривается управляемое движение упругого ЛА в центральном гравитационном поле Земли. ЛА представляет собой цилиндрическое, абсолютно твердое тело с закрепленными к нему упругими пластинами. Пара пластин 1 перпендикулярна паре 2 (рис. 1). Края пластин жестко заделаны к абсолютно жестким стержням 4,5. Пластины однородные с толщиной h и размерами $c \times b = \Omega$. Они характеризуются плотностью ρ , модулем Юнга E и жесткостью на изгиб D . Радиус центрального тела обозначим через q . Введем инерциальную систему координат $O.X.Y.Z.$ и связанную прямоугольную

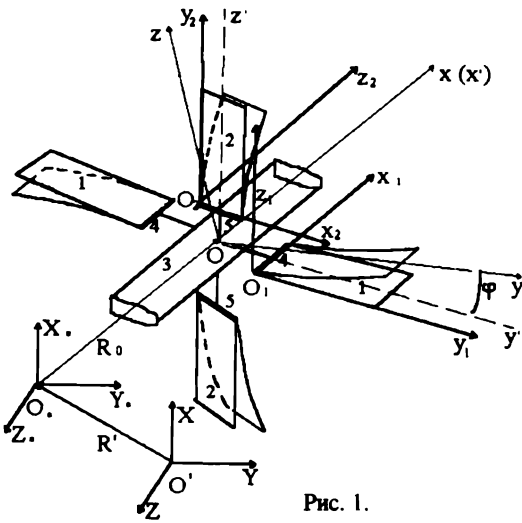


Рис. 1.

систему координат $Oxyz$, начало которой находится в центре масс ЛА, а ось Ox направлена вдоль продольной оси ЛА [8,9].

Будем рассматривать поступательное движение ЛА вдоль оси Ox и вращение вокруг той же оси. Положение начала системы координат $O'X.Y.Z.$ относительно $O'XYZ$ определим радиусом-вектором R' , а положение центра масс ЛА относительно системы $O.X.Y.Z.$ — R_0 . Относительное положение точки тела в деформированном состоянии обозначим через вектор r .

Абсолютное положение

точек ЛА определяется вектором

$$R = R' + R_0 + r \quad (r = r_0 + w),$$

где w — вектор упругих смещений пластин, $R' = \text{const}$.

Для пары пластин 1 вектор упругих смещений в локальной системе $O_1x_1y_1z_1$ обозначим $w_1(x_1, y_1)$, а вектор упругих смещений пары пластин 2 в локальной системе $O_2x_2y_2z_2$ — $w_2(x_2, y_2)$.

Поступательное движение и вращение ЛА происходят за счет силы F , направленной вдоль оси Ox и вращательного момента M , приложенной вокруг той же оси. Для аналитических исследований уравнений движения и упругих колебаний пластин предполагается, что ось $O.X.$ совпадает с продольной осью ЛА. Уравнения движения ЛА и упругих колебаний пластин в рамках линейной теории упругости с учетом следующих предположений $D \sim \varepsilon^{-1}$, $w_i / \max(c, b) \sim \varepsilon (i=1,2)$, $\dot{\varphi} \sim \varepsilon^{1/2}$, $\ddot{\varphi} \sim \varepsilon$, $\dot{R}_0 \sim \varepsilon^{1/2}$, $\ddot{R}_0 \sim \varepsilon$ ($\varepsilon \ll 1$) [8, 9] имеют вид

$$m\ddot{R}_0 = -mg + F - 2\rho h \iint_{\Omega} \ddot{w}_2 d\Omega, \quad (1.1)$$

$$2a_{\varphi_1} \ddot{\varphi} \rho h + 2\rho h \iint_{\Omega} \ddot{w}_1 (q + l + y_1) d\Omega + I\ddot{\varphi} = M(t), \quad (1.2)$$

$$\ddot{w}_1 + \frac{D}{\rho h} \Delta^2 w_1 = -\ddot{\varphi} (q + l + y_1), \quad (1.3)$$

$$\ddot{w}_2 + \frac{D}{\rho h} \Delta^2 w_2 = -\ddot{R}_0 + g \quad (1.4)$$

с начальными условиями

$$R_0(0) = R_0, \dot{R}_0(0) = 0, \varphi(0) = \varphi_0, \dot{\varphi}(0) = 0, \quad (1.5)$$

$$w_i(0, x_i, y_i) = 0, \dot{w}_i(0, x_i, y_i) = 0, \quad i=1,2, \quad (1.6)$$

где $a_{\varphi_1} = d_2 \rho h \iint_{\Omega} [(q + l + y_1)^2 + (x_2 - b/2)^2] d\Omega + \rho h \iint_{\Omega} (q + l + y_2)^2 d\Omega$,

$d_2 = 1 - \sin 2\theta_1 \sin 2\theta_3 \sin \theta_2$, $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ являются самолетными углами [10]. В подобных конструкциях ЛА применяются различные способы закрепления пластин: 1) края $x_i = 0, x_i = b, y_i = c, y_i = 0$ жестко заделаны; 2) края $x_i = 0, x_i = b, y_i = c$ свободны, $y_i = 0$ жестко заделан; 3) края $x_i = 0, x_i = b, y_i = 0$ жестко заделаны, $y_i = c$ свободен; 4) края $x_i = 0, y_i = 0$ жестко заделаны, а $x_i = b, y_i = c$ свободны, $i = 1, 2$.

2. Расчетная модель упругого манипулятора. Рассматривается кинематическая модель манипулятора (рис. 2), последнее звено которого моделируется как упругий стержень [11, 12]. На конце упругого звена находится схват с грузом. Уравнения движения последнего звена и упругих колебаний относительно системы координат $O_2X_2Y_2Z_2$ имеют вид [6, 7]

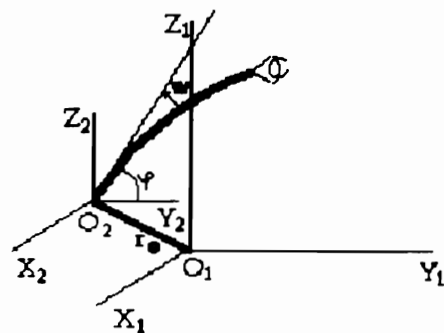


Рис. 2.

$$A\ddot{\varphi} + \int_0^l \rho s \xi \ddot{w}(t, \xi) d\xi = Q(t), \quad (2.1)$$

$$\ddot{w}(t, \xi) + \frac{EI_0}{\rho_0 s_0} w''''(t, \xi) = -\ddot{\varphi} \xi \quad (2.2)$$

со следующими начальными и граничными условиями:

$$w(t, 0) = w'(t, 0) = w''(t, l) = 0,$$

$$w'''(t, l) = \frac{m}{EI_0} [\ddot{w}(t, l) + \ddot{\varphi} l], \quad (2.3)$$

$$w(0, \xi) = \dot{w}(0, \xi) = \dot{\varphi}(0) = 0; \varphi(0) = \varphi_0, \quad (2.4)$$

где $A = \int_0^l \rho s \xi^2 d\xi$, $\rho s = \rho_0 s_0 + m\delta(\xi - l)$, E – модуль Юнга, m – масса груза,

$r_0 = const$. При выводе уравнений движения и упругих колебаний действием силы тяжести было пренебрежено.

3. Описание алгоритмов управления. Будем рассматривать два режима управления, представленные на рис. 3, 6. Свободными параметрами для этих режимов являются величины ускорений $(\ddot{\varphi}, \ddot{R}_0)$ на участках разгона и торможения, а также моменты переключений. Используя эти свободные параметры, можно найти такие программные управления, которые переводят систему из заданного начального положения в заданное конечное, обеспечивая гашение упругих колебаний системы в конце движения.

Согласно работам [11–13], при управлении такими системами достаточно учитывать первую моду колебаний, поскольку амплитуда второй значительно меньше первой.

Первый режим управления, представленного на рис. 3, имеет следующий вид:

$$a = \begin{cases} a_1 & t \in [0, T_1], \\ a_2 & t \in [T_1, T_1 + T_2], \\ 0 & t > T_1 + T_2, \end{cases} \quad (3.1)$$

где a_1 – ускорение разгона, a_2 – ускорение

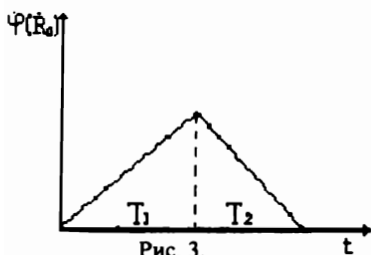


Рис. 3.

торможения, T_1, T_2 – моменты переключений. Требуется найти такие значения a_1, a_2, T_1, T_2 , при которых система перемещается из начального состояния (1.5), (1.6) для ЛА и (2.4) для МР в конечное состояние,

$$\begin{aligned} R_0(T_1 + T_2) = R_T, \quad \dot{R}_0(T_1 + T_2) = 0, \quad \varphi(T_1 + T_2) = \varphi_T, \quad \dot{\varphi}(T_1 + T_2) = 0, \\ w_i(T_1 + T_2, x_i, y_i) = 0, \quad \dot{w}_i(T_1 + T_2, x_i, y_i) = 0, \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (3.2)$$

для ЛА и

$$\varphi(T_1 + T_2) = \varphi_T, \quad \dot{\varphi}(T_1 + T_2) = 0, \quad w(T_1 + T_2, \xi) = 0, \quad \dot{w}(T_1 + T_2, \xi) = 0 \quad (3.3)$$

для МР и остается в этом состоянии при $a \equiv 0, t > T_1 + T_2$. Для ЛА $a = \ddot{\varphi}$ для уравнения (1.3) и $a = \ddot{R}_0(t)$ для уравнения (1.4), а для МР $a = \ddot{\varphi}$ для уравнения (2.2).

Решая краевые задачи (1.3)–(1.6) [8] и (2.2)–(2.4) [11, 12] с помощью метода Фурье, из конечных условий (3.2), (3.3) для первой моды упругих колебаний получим следующую систему уравнений для определения a_1, a_2, T_1, T_2 :

$$\begin{cases} \frac{a_1 T_1^2}{2} + a_1 T_1 T_2 + \frac{a_2 T_2^2}{2} = \frac{(\psi_T - \psi_0)}{f}, \\ a_1 T_1 + a_2 T_2 = 0, \\ \frac{a_1}{k^2} \cos k T_2 + \frac{a_2}{k^2} = 0, \\ \frac{a_1}{k} \sin k T_2 = 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

В уравнении (3.4) $\psi_0 = R_0, \psi_T = R_T$ для уравнения (1.4), $\psi_0 = \varphi_0, \psi_T = \varphi_T$ для уравнений (1.3), (2.2). Здесь k – собственная частота первой моды колебаний упругих пластин ЛА или упругого звена МР, f – первый коэффициент Фурье правых частей уравнений (1.3), (1.4), (2.2). Из (3.4) получаются следующие значения для параметров a_1, a_2, T_1, T_2 :

$$a_1 = \frac{k^2(\psi_T - \psi_0)}{4\pi^2 j^2 f}, \quad a_2 = -a_1, \quad T_1 = T_2 = \frac{2\pi j}{k}, \quad j = 1, 2, 3 \dots \quad (3.5)$$

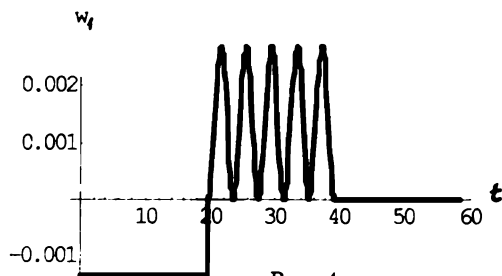


Рис. 4.

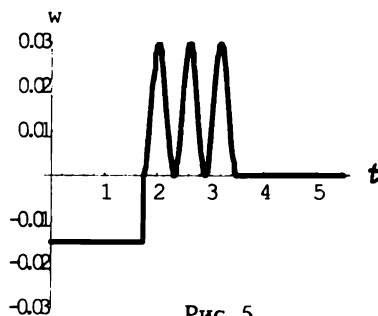


Рис. 5.

Для найденных значений параметров режима управления в случае, когда упругие пластины ЛА и упругое звено МР сделаны из стеклопластика [1, 2, 16], построены графики упругих колебаний этих элементов. На рис. 4

представлен график колебаний упругих пластин ЛА, а на рис. 5 – последнего упругого звена МР.

Второй режим управления, представленный на рис. 6, имеет следующий вид:

$$\varphi(\dot{R}_0) \uparrow$$

$$a = \begin{cases} a_1 & t \in [0, T_1], \\ 0 & t \in [T_1, T_1 + T_2], \\ a_2 & t \in [T_1 + T_2, T_1 + T_2 + T_3], \\ 0 & t > T_1 + T_2 + T_3, \end{cases} \quad (3.6)$$

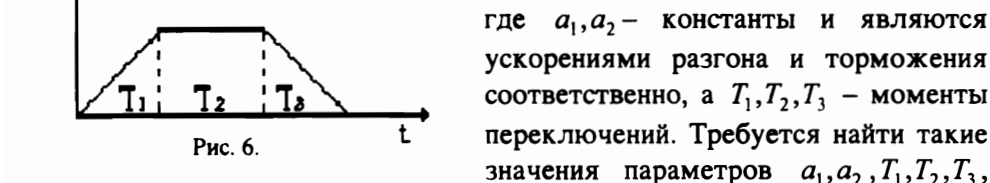


Рис. 6.

где a_1, a_2 – константы и являются ускорениями разгона и торможения соответственно, а T_1, T_2, T_3 – моменты переключений. Требуется найти такие значения параметров a_1, a_2, T_1, T_2, T_3 ,

при которых данный режим управления переводит систему из начального состояния (1.5), (1.6) для ЛА и (2.4) для МР в конечное:

$$\begin{aligned} R_0(T_1 + T_2 + T_3) &= R_T, \quad \dot{R}_0(T_1 + T_2 + T_3) = 0, \\ \varphi(T_1 + T_2 + T_3) &= \varphi_T, \quad \dot{\varphi}(T_1 + T_2 + T_3) = 0, \\ w_i(T_1 + T_2 + T_3, x_i, y_i) &= 0, \quad \dot{w}_i(T_1 + T_2 + T_3, x_i, y_i) = 0, \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (3.7)$$

для ЛА и

$$\begin{aligned} \varphi(T_1 + T_2 + T_3) &= \varphi_T, \quad \dot{\varphi}(T_1 + T_2 + T_3) = 0, \\ w(T_1 + T_2 + T_3, \xi) &= 0, \quad \dot{w}(T_1 + T_2 + T_3, \xi) = 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

для МР, и система остается в этом состоянии при $a \equiv 0, t > T_1 + T_2 + T_3$. Повторяя предыдущие рассуждения, получим следующую систему уравнений относительно a_1, a_2, T_1, T_2, T_3 :

$$\begin{cases} \frac{a_1 T_1^2}{2} + a_1 T_1 T_2 + a_1 T_1 T_3 + \frac{a_2 T_3^2}{2} = \frac{\psi_T - \psi_0}{f}, \\ a_1 T_1 + a_2 T_3 = 0, \\ -\frac{a_1}{k^2} \cos k(T_2 + T_3) - \frac{a_2}{k^2} = 0, \\ \frac{a_1}{k} \sin k(T_2 + T_3) = 0. \end{cases} \quad (3.9)$$

Решая систему уравнений (3.9), получим

$$a_1 = \frac{(\psi_T - \psi_0)k}{2\pi\eta T_3 f}, \quad a_2 = -a_1, \quad T_2 = \frac{2\pi\eta}{k} - T_3, \quad T_1 = T_3. \quad (3.10)$$

Как видно из (3.10), один из параметров режима управления является свободным, который может позволить повысить эффективность системы

управления (оптимизация, устойчивость) в зависимости от предъявляемых требований. На рис. 7 представлен график упругих колебаний пластин ЛА, а на рис. 8 – последнего упругого звена МР.

Все графики построены для точки $x_1 = b/2, y_1 = c$ пластины 1 ЛА и для точки $\xi = l$ последнего упругого звена МР.

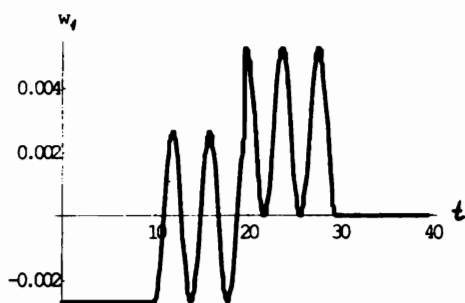


Рис. 7.

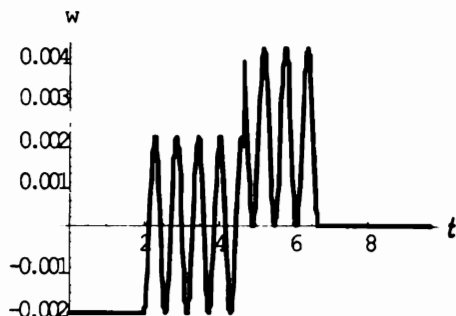


Рис. 8.

Заключение. Таким образом предлагаемые алгоритмы управления позволяют перевести системы в заданное положение с гашением первых мод упругих колебаний в конце процесса управления, а также оценить остаточные колебания в рассматриваемых системах [14, 15].

Кафедра теоретической механики

Поступила 16.10.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. Айрапетян В.В. – Изв. НАН РА, Механика, 2000, т. 53, № 3, с. 66–72.
2. Ghukasyan A.A., Naugapetian V.V. – Control of Oscillations and Chaos, 2-nd International Conference, 2000, July 5–7, St. Petersburg, Russia, 2000, v.1, p. 84–87.
3. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода. М.: Энергия, 1979.
4. Бурдаков С.Ф. Синтез управлений для роботов с упругими элементами. Роботы и робототехнические системы. Иркутск: ИПИ, 1981.
5. Болотник Н.Н., Черноусько Ф.Л. – Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1990, № 1.
6. Мекл П., Сиринг В. – Конструирование и технология машиностроения, 1985, № 1.
7. Бурдаков С.Ф. Математические модели и идентификация роботов с упругими элементами. Л.: ЛГТУ, 1990.
8. Айрапетян В.В., Гукасян А.А. – Изв. НАН РА, Механика, 2000, т. 53, № 1, с. 61–68.
9. Гукасян А.А., Саркисян С.В. – Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1990, т. 43, № 4, с. 13–23.
10. Докучаев Л.В. Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. М.: Машиностроение, 1987, 232 с.
11. Акуленко Л.Д., Гукасян А.А. – Изв. АН СССР, МТТ, 1983, № 5, с. 33–41.
12. Гукасян А.А. – Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1989, т. 42, № 1, с. 45–55.
13. Сатовская О.Л. – Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1991, № 3.
14. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука, 1989, 363 с.
15. Болотник Н.Н. Гукасян А.А. – Изв. АН СССР, МТТ, 1984, № 4.
16. Таблица физических величин. Под ред. акад. И.К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976, 1006 с.

Ա.Ա. ՂՈՒԿԱՍՅԱՆ, Վ.Վ. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ
ՄԻ ԱԼԳՈՐԻԹՄԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Երկու առաձգական մեխանիկական համակարգերի (թռչող սարք, առաձգական մանիպուլյատոր) մաթեմատիկական մոդելների հիման վրա հետազոտված են ղեկավարման ալգորիթմներ: Գտնված են ղեկավարման պարամետրեր, որոնք ապահովում են առաձգական տատանումների առաջին մոդի մարումը շարժման վերջում: Ներկայացված են այդ համակարգերի առաձգական էլեմենտների տատանման գրաֆիկները ստացված ղեկավարման ալգորիթմների դեպքում:

A.A. GHUKASIAN, V.V. HAYRAPETIAN

ON ONE ALGORITHM OF APPROXIMATE CONTROL OF FLEXIBLE
SYSTEMS

Summary

On the basis of mathematical models control algorithms are investigated for two elastic mechanical systems (flying object, elastic manipulator). Control parameters are found that provide damping of the first mode of elastic oscillations at the end of movement. The oscillation graphics of the elastic elements of those systems are presented for the found control algorithms.