

*Ինֆորմատիկա*

УДК 681.3.068

Վ.Է. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

ԳԵՐՄԵՆ ԻՆՏԵԳՐԱԼ ՍԽԵՄԱՆԵՐԻ ՏԵՂԱԴՐՄԱՆ ԳԾԱՅԻՆ  
ՖՈՒՆԿՑԻՈՆԱԼԻ ԱՐԱԳ ՀԱՇՎՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿ

**Ներածություն:** Գերմեն ինտեգրալ սխեմաների ֆիզիկական նախագծման մեջ ստանդարտ տարրերի տեղադրումը որոշիչ դեր ունի [1]: Տարրերի տեղադրման հիմնական խնդիրն է ապահովել հաջորդ փուլի՝ միացումների ուղեգծման հնարավորությունը: Խնդիրը մաթեմատիկորեն ձևակերպելիս՝ սխեման մոդելավորում ենք հիպերգրաֆով, իսկ ուղեգծելիության պահանջը փոխարինում ենք միացումների գումարային երկարության նվազեցման պահանջով: Տեղադրության լավացման ալգորիթներում հաճախ անհրաժեշտ է արագ հաշվել ֆունկցիոնալի արժեքի կախվածությունը տրված տարրի դիրքից՝ մյուս տարրերը համարելով անշարժ [2–4]: Մասնավորապես, պահանջվում է գտնել տրված տարրի օպտիմալ դիրքերը: Հոդվածում առաջարկվում է այս խնդրի լուծման արագ ալգորիթ:

**Խնդրի ձևակերպումը:** Տրված է  $H(V, E)$  հիպերգրաֆը: Նշանակենք գազաթների քանակը՝  $n=|V|$  և հիպերկողերի քանակը՝  $m=|E|$ : Հիպերկողերի վրա սահմանված են կշիռներ՝  $w: E \rightarrow \mathbb{N}$ , իսկ գազաթների վրա կոորդինատներ՝  $x: E \rightarrow \mathbb{R}_+$ : Ինդեքսավորելով հիպերգրաֆի գազաթները և կողերը, կարող ենք կշիռները և կոորդինատները ներկայացնել համապատասխան վեկտորներով՝  $\mathbf{w} \in \mathbb{N}^m$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$ : Տրված  $e \subseteq V$  գազաթների բազմության պոլյեկցիա կանվանենք  $I_e = \left[ \min_{v \in e} x_v, \max_{v \in e} x_v \right]$  հատվածը:  $I_e$  հատվածի երկարությունը նշանակենք  $|I_e|$ :  $\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{e \in E} |I_e|$  ֆունկցիան կոչվում է հիպերգրաֆի տեղադրման գծային ֆունկցիոնալ: Տեղադրման խնդրի նպատակն է գտնել հիպերգրաֆի գազաթների այնպիսի տեղադրություն, որը նվազեցնում է այդ ֆունկցիոնալի արժեքը:

Այս հոդվածում դիտարկված է հետևյալ խնդիրը: Դիցուք տրված է հիպերգրաֆի գազաթնների  $x_0$  տեղադրություն և  $v \in V$  գազաթ: Պահանջվում է, մնացած գազաթները համարելով անշարժ, գտնել  $v$  գազաթի այն դիրքերը, որոնց դեպքում ֆունկցիոնալի արժեքը մինիմալ է: Այսինքն՝ նվազեցնել  $f_v(x) = \Phi(x)$  ֆունկցիան, որտեղ  $x$  և  $x_0$  տեղադրությունները տարբերվում են միայն  $v$  գազաթի  $x$  կոորդինատով:

**Առաջարկվող լուծումը:** Դիտարկենք  $v$  գազաթին կից հիպերկողերի բազմությունը՝  $E_v = \{e | v \in e\}$ : Քանի որ  $E/E_v$  հիպերկողերը չեն ազդում  $f_v(x) - \Phi_0$  տարբերության վրա, ապա առանց ընդհանրությունը խախտելու կարող ենք համարել որ  $E = E_v = \{e_i | i = 1, \dots, m\}$ : Հիպերկողերի բազմությանը համապատասխանեցնենք հատվածների  $S = \{s_i^* | i = 1, \dots, m\}$  մուլտիբազմությունը, որը յուրաքանչյուր  $e_i$  հիպերկողի համար պարունակում է  $w_i$  պատկերությանը  $s_i$  հատված, որը  $e_i / \{v\}$  բազմության պրոյեկցիան է: Այսինքն՝  $s_i = [l_i, r_i]$ ;  $l_i = \min_{u \in e_i / v} x_u$ ;  $r_i = \max_{u \in e_i / v} x_u$ : Նշանակենք  $t = |S|$ : Ակնհայտ է, որ  $f(x) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(x) = \sum_{i=1}^t f_i(x)$ , որտեղ  $f_i(x)$ -ը  $e_i$  հիպերկողի պրոյեկցիայի երկարությունն է  $x$ -ից կախված,

$$f_i(x) = \begin{cases} r_i - x, & x \leq l_i \\ r_i - l_i, & x \in s_i \\ x - l_i, & x \geq r_i \end{cases}, \text{ ընդ որում } f_i'(x) = \begin{cases} -1, & x < l_i \\ 0, & x \in s_i \\ 1, & x > r_i \end{cases}$$

Այսինքն՝  $f_i(x)$ -ը կտոր-առ-կտոր գծային ֆունկցիա է: Նկատենք, որ  $f_i(x)$ -ի ածանցյալը չնվազող է իր որոշման տիրույթում և մեկ անգամ փոխում է նշանը: Այսպիսի ֆունկցիան անվանենք ունիմոդալ: Հեշտ է տեսնել որ ունիմոդալ ֆունկցիաների գումարը մույնպես ունիմոդալ է: Այսպիսով ապացուցվեց հետևյալը:

**Լեմմա:**  $f(x)$ -ը կտոր-առ-կտոր գծային և ունիմոդալ ֆունկցիա է, և խնդրի լուծումը մի որոշ  $[l_0, r_0]$  միջակայք է: Ընդ որում,  $f(x)$ -ը խիստ նվազում է  $(-\infty, l_0]$  միջակայքում և խիստ աճում է  $[r_0, +\infty)$  միջակայքում:

Ստորև նկարագրվում է այդ  $[l_0, r_0]$  միջակայքը գտնող ալգորիթն:  $S$  մուլտիբազմության հատվածները ինդեքսավորենք այնպես, որ

$$r_1 = \min \{r_j : s_j \in S\}, \quad l_2 = \max \{l_j : s_j \in S \setminus \{s_1\}\},$$

$$r_3 = \min \{r_j : s_j \in S \setminus \{s_1, s_2\}\}, \quad l_4 = \max \{l_j : s_j \in S \setminus \{s_1, s_2, s_3\}\}$$

և այլն: Այսինքն՝ տեղի ունի հետևյալ պայմանը.

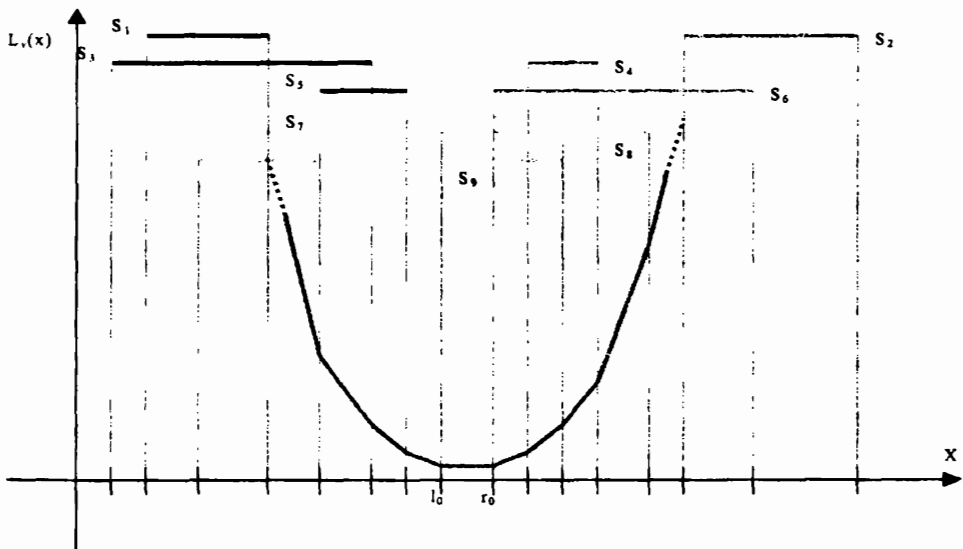
$$\forall k(k < |S|/2) \forall i(i > k), l_{2k} < l_i \text{ \& } r_{2k+1} < r_i:$$

Նշանակենք  $p = \max\{i: i = 2k, r_{i-1} < l_i\}$ , այսինքն՝  $p/2$  թվով հատվածներ ընկած են  $[r_{p-1}, l_p]$  միջակայքից ձախ և  $p/2$  թվով՝ այդ միջակայքից աջ: Նշենք որ այդպիսի  $p$  կարող է գոյություն չունենալ միայն այն դեպքում, երբ  $|S|=1$  կամ՝ երբ բոլոր հատվածները զույգ առ զույգ հատվում են:

Նշանակենք  $q = \min\{i: i = 2k+1, r_i \geq l_{i+1}\}$ , այսինքն՝ սկսած  $q$ -ից, բոլոր հատվածները զույգ առ զույգ հատվում են և դրանց հատումը հավասար է  $[l_{q+1}, r_q]$ : Նշենք, որ այդպիսի  $q$  կարող է գոյություն չունենալ այն և միայն այն դեպքում, երբ  $|S|=1$  կամ  $|S|=p$ : Սահմանումներից բխում է նաև, որ եթե  $p$ -ն և  $q$ -ն միաժամանակ գոյություն ունեն, ապա  $q=p+1$ : Նշանակենք

$$[l_0, r_0] = \begin{cases} [r_{p-1}, l_p], & p\text{-ն որոշված է, } q\text{-ն որոշված չէ,} \\ [l_{q+1}, r_q], & p\text{-ն որոշված չէ, } q\text{-ն որոշված է,} \\ [r_{p-1}, l_p] \cap [l_{q+1}, r_q], & p\text{-ն և } q\text{-ն որոշված են:} \end{cases}$$

Հետևյալ նկարում ցուցադրվում է այդպիսի միջակայքի կառուցման մի օրինակ:



$$S_v = \{S_1, \dots, S_9\}; p = 6, q = 7; l_0 = l_{q+1} = l_8; r_0 = l_p = l_6:$$

**Թեոթեմ:** Խնդրի լուծումը  $[l_0, r_0]$  միջակայքն է:

**Ապացույց:** Լեմմայից բխում է, որ բավական է ցույց տալ, որ  $f'(x) = 0, x \in (l_0, r_0)$ : Ըստ կառուցման՝  $[l_0, r_0] \subseteq [r_i, l_i]$  ( $i \leq p, j \leq p$ ) և

$[l_0, r_0] \subseteq [r_i, l_i], (i > p)$ : Ավելին  $[l_0, r_0]$  միջակայքով  $S$  մուլտիբազմությունը տրոհվում է երեք մասի.  $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ , որտեղ  $|S_1| = |S_2| = p/2$ ,  $S_1 = \{s_i : i = 2k, i \leq p\}$ ,  $S_2 = \{s_i : i = 2k+1, i < p\}$  և  $S_3 = \{s_i : i \geq p\}$ , ընդ որում,  $\forall s_i \in S_1, r_i \leq l_0, \forall s_i \in S_2, l_i \geq r_0, \forall s_i \in S_3, [l_0, r_0] \in [l_i, r_i]$ : Հետևաբար, եթե  $x > l_0$ , ապա  $f'(x) = \sum_{\substack{i=2k \\ i \leq p}} f'(x) = \frac{p}{2}$ , և եթե  $x < r_0$ , ապա

$$f'(x) = \sum_{\substack{i=2k+1 \\ i < p}} f'(x) = -\frac{p}{2}: \text{ Մասնավորապես, եթե } x \in (l_0, r_0), \text{ ապա } f'(x) = 0,$$

ինչը և պետք էր ապացուցել: Այսպիսով  $[l_0, r_0]$ -ն գտնելու համար անհրաժեշտ է վերը նշված եղանակով կարգավորել  $S$  մուլտիբազմությունը և գտնել  $p$  թիվը: Պահանջվող գործողությունների քանակն այստեղ  $O(t \log t)$  է:

Դիտարկենք  $S$  հատվածների ծայրակետերը՝  $b_1 \leq \dots \leq b_k = l_0 \leq r_0 = b_{k+1} \leq \dots \leq b_{2t}$ : Քանի որ  $|S_1| = |S_2|$  և  $\forall s_i \in S_3, [l_0, r_0] \in [l_i, r_i]$ , ապա  $k = t$ , և  $[l_0, r_0]$ -ն կարելի է գտնել նաև՝ կարգավորելով հատվածների ծայրակետերը և վերցնելով մեջտեղի երկու կետերը: Այս դեպքում մույնպես բարդությունը  $O(t \log t)$  է՝ թեև գործնականում ավելի շատ գործողություն է պահանջվում:

*Դիսկրետ մաթեմատիկայի ամբիոն*

*Ստացվել է 02.12.2002*

## ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Sherwani N.A. Algorithms for VLSI Physical Design Automation, 3rd edition, Kluwer Academic Publishers, 1999.
2. Kennings A.A. and Markov I.L. Analytical Minimization of Half-Perimeter Wirelength. ASPDAC 2000, ACM/IEEE2000, p. 179–184.
3. Areibi Shawki M. Iterative Improvement Heuristics for the Standard Cell Placement: A comparison, SCI/ISAS Proceedings, 2001, v. 9.
4. Poghosyan V.E. Iterative Improvement for Standard Cell Placement. Dep. In ArmNIINTI. 25.07.02, №34 – Ar02. 2002.

В.Э. ПОГОСЯН

## МЕТОД БЫСТРОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛА ДЛЯ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ СВЕРХБОЛЬШИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ

### Резюме

В алгоритмах последовательного улучшения размещения элементов сверхбольших интегральных схем часто необходимо вычислить значение

функционала в зависимости от расположения одного элемента, считая остальные элементы неподвижными. В частности, требуется найти оптимальное место для данного элемента. Для решения этой задачи в статье предлагается эффективный алгоритм, который имеет сложность  $O(n \log n)$ , где  $n$  есть количество цепей данного элемента.

V.E. POGHOSYAN

## A FAST TECHNIQUE FOR LINEAR WIRE-LENGTH CALCULATION OF VERY LARGE SCALE INTEGRATION CIRCUITS

### Summary

Many algorithms for very large scale integration placement improvement require fast calculation of the linear wire-length depending on the position of given cell and assuming other cells fixed. Particularly it is required to find optimal locations of the cell. This paper suggests a fast algorithm for this problem. Complexity of the algorithm is  $O(n \log n)$ , where  $n$  is the number of nets of this cell.