ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2, 2003 Естественные науки

*Механика*

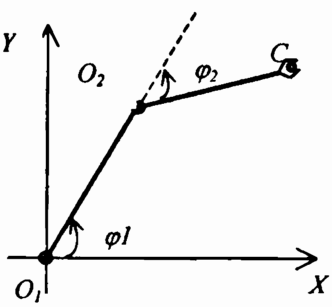
УДК 62.50.531.8

В.Р. БАРСЕГЯН, А.Г. САРГСЯН

# ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ КОРРЕКЦИИ ДВИЖЕНИЯ ДВУХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА

**Рассматривается задача многоразовой коррекции возмущенной траектории управляемого двухзвенного манипулятора при условии, что информация о состоянии объекта поступает с ошибкой. Построен алгоритм оптимального управления манипулятором, следящим за реальным движением и уменьшающим отличие реального движения от желаемого.**

1. Рассмотрим управляемое движение двухзвенного манипулятора, состоящего из двух абсолютно твердых тел, соединенных идеальным цилиндрическим шарниром $O_2$. Система совершает плоскопараллельное движение в горизонтальной плоскости. Введем неподвижную декартовую систему координат $O_1XY$ с началом на оси шарнира $O_1$ (см. рис.) . Главные моменты относительно осей шарниров $O_1, O_2$ соответственно обозначим через $M_1, M_2$ и будем считать управляющими функциями; $\varphi_1$ – угол между осью $O_1X$ и прямой $O_1O_2$, соединяющей шарниры; $\varphi_2$ – угол между осями $O_1O_2$ и $O_2C$, массы звеньев – $m_1$ и $m_2$, их длины – $L_1, L_2$ соответственно, а масса схвата $-m_3$. Тогда линеаризированное уравнение движения в нормальной форме можно записать следующим образом:




$$\dot{x} = Ax + Bu\,, \tag{1.1}$$

где
$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$x_1 = \varphi_1 - A_1$, $x_2 = \dot{x}_1$, $x_3 = \varphi_2 - A_2$, $x_4 = \dot{x}_3$,

$$A_1 = -\frac{\frac{5}{2}L_2^2(b_1+b_2)+b_2 b}{\frac{5}{2}L_2^2 a - b^2}, \qquad A_2 = -\frac{b(b_1+b_2)+b_2 a}{\frac{5}{2}L_2^2 a - b^2}, \qquad a = 2a_1 + 6L_1L_2,$$

$$b = \frac{5}{2}L_2^2 + 3L_1L_2, \qquad a_1 = \frac{9}{4}L_1^2 + \frac{5}{4}L_2^2, \qquad b_1 = \frac{1}{4}m_1L_1 + \frac{1}{2}m_2L_1 + \frac{1}{2}m_3L_1,$$

$$b_2 = \frac{m_3L_2}{2} + \frac{m_2L_2}{4}, \quad u_1 = \frac{\frac{5}{2}L_2^2M_1 + M_2b}{\frac{5}{2}L_2^2a - b_2}, \quad u_2 = \frac{M_1b + M_2a}{\frac{5}{2}L_2^2a - b^2}.$$

Пусть заданы начальное и конечное состояния фазового вектора

$$x(t_o) = \begin{pmatrix} x_1(t_o) \\ x_2(t_o) \\ x_3(t_o) \\ x_4(t_o) \end{pmatrix}, \quad x(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

и функционал

$$\aleph[u] = \{\int_{t_o}^{T}(u_1^2(t) + u_2^2(t))dt\}^{\frac{1}{2}}. \tag{1.3}$$

Решение задачи оптимального перевода системы (1.1) из начального состояния $x(t_0)$ в конечное $x(T)$ при минимизации функционала $\aleph[u]$ (1.3) имеет вид [1]

$$u^o(t) = B'X'[T,t]Q^{-1}(T,t_0)[x(T) - X[T,t_0)x(t_0)] \tag{1.4}$$

где $Q$ – матрица с элементами $q_{ij}$,

$$q_{ij} = \sum_{k=1}^{4}\int_{t_0}^{T} h_{ik}(T,\tau)h_{jk}(T,\tau)d\tau,$$

где $h_{ij}$ –элементы матрицы $S'[\tau,T]B$, $S[\tau,T]$ – фундаментальная матрица сопряженной системы однородной части, $X[T,\tau]$ – фундаментальная матрица однородной части (1.1). Здесь штрих означает транспонирование.

Таким образом, согласно (1.4), оптимальное управление будет

$$u^0(t) = -\frac{3}{(T-t_0)((T-t_o)^2+3)}\begin{pmatrix} (T-t)(x_1(t_0) + (T-t_0)x_2(t_0)) + x_2(t_0) \\ (T-t)(x_3(t_0) + (T-t_0)x_4(t_0)) + x_4(t_0) \end{pmatrix}. \tag{1.5}$$

Оптимальную траекторию $x^0(t)$ системы (1.1) получим, интегрируя ее с учетом $u^0(t)$ (1.5) при начальном условии $x(t_0)$, и будет иметь вид

$$x^0(t) = X[t,t_0]x(t_o) + \int_{t_0}^{t} X[t,\tau]Bu^0(\tau)d\tau \tag{1.6}$$

или $$x_1^0(t_0) = x_1(t_0) + (t-t_0)x_2(t_0) + D\left(\frac{t^2T}{2} - \frac{t_0^3}{3} - \frac{t^3}{6} + \frac{t_0^2T}{2} + \frac{t_0^2T}{2} - tt_0T\right)\times$$

$$\times\left(x_1(t_0)+(T-t_0)x_2(t_0)\right)-D\left(\frac{t^2-t_0^2}{2}\right)x_2(t_0),$$

$$x_2^0(t)=x_2(t_0)-\frac{t^2-t_0^2}{2}\left[x_1(t_0)+(T-t_0)x_2(t_0)\right]D+Dx_2(t_0)(t-t_0), \tag{1.7}$$

$$x_3^0(t_0)=x_3(t_0)+(t-t_0)x_4(t_0)+D\left(\frac{t^2T}{2}-\frac{t_0^3}{3}-\frac{t^3}{6}+\frac{t_0^2T}{2}+\frac{t_0^2T}{2}-tt_0T\right)\times$$

$$\times\left(x_3(t_0)+(T-t_0)x_4(t_0)\right)-D\left(\frac{t^2-t_0^2}{2}\right)x_4(t_0),$$

$$x_4^0(t)=x_4(t_0)-\frac{t^2-t_0^2}{2}\left[x_3(t_0)+(T-t_0)x_4(t_0)\right]D+Dx_4(t_0)(t-t_0),$$

где $\quad D=-\dfrac{3}{(T-t_0)((T-t_0)^2+3)}.$

Фазовую траекторию $x^0(t)$ (1.7) будем считать желаемой (поводырем) для обеспечения конечного условия. Однако в практике реальное движение рассматриваемого объекта под воздействием программного управления $u^0(t)$ (1.5) будет отличаться от желаемого (1.7). Это отличие обусловлено различными факторами, в том числе нелинейностью самой системы и внешними влияниями, действующими на систему. Следовательно, в конце процесса не будет выполнено конечное условие.

Поэтому, следуя [2], будем строить алгоритм, следящий за реальным движением объекта, который по мере возможности уменьшает отличие реального движения от желаемого.

2. Предположим, что имеется возможноть с помощью измерительных устройств определять значение фазового вектора $x(t)$ в моменты времени $t_0=\tau_1<\ldots<\tau_k=T$. Результаты измерения будут неточными.

Обозначим измеренное с ошибкой в момент времени $\tau_1$ значение фазового вектора $\hat{x}(\tau_1,\xi_1)$, где случайная величина $\xi_1$ распределена равномерно на полуинтервале $0\le\xi_1<1$ [3]. Пусть $x(\tau_1)$ – реальное состояние системы в начальный момент времени $\tau_1$. Оптимальное управляющее воздействие, переводящее систему (1.1) из известного состояния $\hat{x}(\tau_1,\xi_1)$ в желаемое $x^0(\tau_2)$ и минимизирующее функционал (1.3) на промежутке времени $[\tau_1,\tau_2]$, согласно (1.4), будет

$$u^0(\tau,\xi_1)=D_1\begin{pmatrix}(\tau_2-\tau_1)\left[x_1^0(\tau_2)-\hat{x}_1(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)\right]+x_2^0(\tau_2)-\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)\\(\tau_2-\tau_1)\left[x_3^0(\tau_2)-\hat{x}_3(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)\right]+x_4^0(\tau_2)-\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)\end{pmatrix}, \tag{2.1}$$

где $\quad D_1=\dfrac{3}{(\tau_2-\tau_1)((\tau_2-\tau_1)^2+3)}.$

Следовательно, оптимальное стохастическое движение системы по, воздействием управления $u^0(\tau_1,\xi_1)$, выходящего из состояния $\hat{x}(\tau_1,\xi_1)$ будет

$$x_1^0(t,\xi_1)=\hat{x}_1(\tau_1,\xi_1)+(t-\tau_1)\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)+D_1\left(\frac{t^2\tau_2}{2}-\frac{\tau_1^3}{3}-\frac{t^3}{6}+\frac{\tau_1^2\tau_2}{2}+\frac{\tau_1^2 t}{2}-\tau_1\tau_2 t\right)\times$$
$$\times\left[x_1^0(\tau_2)-\hat{x}_1(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)\right]-D_1\frac{t^2-\tau_1^2}{2}\left[x_2^0(\tau_2-\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)\right],$$
$$x_2^0(t,\xi_1)=\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)-D_1\frac{t^2-\tau_1^2}{2}[x_1^0(\tau_2)-\hat{x}_1(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)]+ \quad (2.2)$$
$$+D_1(t-\tau_1)(x_2^0(\tau_2)-\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)),$$
$$x_3^0(t,\xi_1)=\hat{x}_3(\tau_1,\xi_1)+(t-\tau_1)\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)+D_1\left(\frac{t^2\tau_2}{2}-\frac{\tau_1^3}{3}-\frac{t^3}{6}-\frac{\tau_1^2\tau_2}{2}+\frac{\tau_1^2 t}{2}-\tau_1\tau_2 t\right)\times$$
$$\times\left[x_3^0(\tau_2)-\hat{x}_3(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)\right]-D_1\frac{t^2-\tau_1^2}{2}\left[x_4^0(\tau_2-\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)\right],$$
$$x_4^0(t,\xi_1)=\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)-D_1\frac{t^2-\tau_1^2}{2}[x_3^0(\tau_2)-\hat{x}_3(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)]+$$
$$+D_1(t-\tau_1)(x_4^0(\tau_2)-\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)).$$

Так как в момент времени $\tau_1$ реальным фазовым состоянием системы является $x(\tau_1)$, то реальное движение системы (1.1) под воздействием управления $u^0(\tau,\xi_1)$ (2.1), $\tau\in[\tau_1,\tau_2]$, будет

$$x_1(t,\xi_1)=x_1(\tau_1)+(t-\tau_1)x_2(\tau_1)+D_1\left(\frac{t^2\tau_2}{2}-\frac{\tau_1^3}{3}-\frac{t^3}{6}+\frac{\tau_1^2\tau_2}{2}+\frac{\tau_1^2 t}{2}-\tau_1\tau_2 t\right)\times$$
$$\times\left[x_1^0(\tau_2)-\hat{x}_1(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)\right]-D_1\frac{t^2-\tau_1^2}{2}\left[x_2^0(\tau_2-\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)\right],$$
$$x_2(t,\xi_1)=x_2(\tau_1)-D_1\frac{t^2-\tau_1^2}{2}[x_1^0(\tau_2)-\hat{x}_1(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)]+ \quad (2.3)$$
$$+D_1(t-\tau_1)(x_2^0(\tau_2)-\hat{x}_2(\tau_1,\xi_1)),$$
$$x_3(t,\xi_1)=x_3(\tau_1)+(t-\tau_1)x_4(\tau_1)+D_1\left(\frac{t^2\tau_2}{2}-\frac{\tau_1^3}{3}-\frac{t^3}{6}+\frac{\tau_1^2\tau_2}{2}+\frac{\tau_1^2 t}{2}-\tau_1\tau_2 t\right)\times$$
$$\times\left[x_3^0(\tau_2)-\hat{x}_3(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)\right]-D_1\frac{t^2-\tau_1^2}{2}\left[x_4^0(\tau_2-\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)\right],$$
$$x_4(t,\xi_1)=x_4(\tau_1)-D_1\frac{t^2-\tau_1^2}{2}[x_3^0(\tau_2)-\hat{x}_3(\tau_1,\xi_1)-(\tau_2-\tau_1)\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)]+$$
$$+D_1(t-\tau_1)(x_4^0(\tau_2)-\hat{x}_4(\tau_1,\xi_1)).$$

В момент времени $\tau_2$, согласно (2.3), реальное фазовое состояние $x(\tau_2, \xi_1)$ не совпадает с $x^0(\tau_2) = x^0(\tau_2, \xi_1)$, определяемым (2.2).

Чтобы провести соответствующую корректировку отклонения траектории в момент времени $\tau_2$, измеряя в этот момент с некоторой ошибкой фазовое состояние, получим $\hat{x}(\tau_2, \xi_1, \xi_2)$, где случайная величина $\xi_2$ распределена равномерно на полуинтервале $0 \le \xi_2 < 1$ и такая, что величины $(\xi_1, \xi_2)$ в совокупности независимы.

Решая задачу оптимального управления системой (1.1) на промежутке времени $[\tau_2, \tau_3]$ при начальном $\hat{x}(\tau_2, \xi_1, \xi_2)$, конечном $x^0(\tau_3)$ состояниях и функционале (1.2), будем иметь оптимальное управление

$$u^0(\tau, \xi_1, \xi_2) =$$
$$= D_2 \begin{pmatrix} (\tau_3 - \tau)\left[x_1^0(\tau_3) - \hat{x}_1(\tau_2, \xi_1, \xi_2) - (\tau_3 - \tau_2)\hat{x}_2(\tau_2, \xi_1, \xi_2)\right] + x_2^0(\tau_2) - \hat{x}_2(\tau_2, \xi_1, \xi_2) \\ (\tau_3 - \tau)\left[x_3^0(\tau_3) - \hat{x}_3(\tau_2, \xi_1, \xi_2) - (\tau_3 - \tau_2)\hat{x}_4(\tau_2, \xi_1, \xi_2)\right] + x_4^0(\tau_2) - \hat{x}_4(\tau_2, \xi_1, \xi_2) \end{pmatrix}, \tag{2.4}$$

где $D_2 = \dfrac{3}{(\tau_3 - \tau_2)((\tau_3 - \tau_2)^2 + 3}$.

Оптимальное стохастическое движение под воздействием управления $u^0(\tau, \xi_1, \xi_2)$, выходящее из состояния $\hat{x}(\tau_2, \xi_1, \xi_2)$, будет $x^0(t, \xi_1, \xi_2)$, явный вид которого аналогичен выражению (2.2).

Реальное движение системы (1.1) под воздействием управления $u^0(\tau, \xi_1, \xi_2)$(2.4) выходит из состояния $x(\tau_2, \xi_1)$, которое получаем из (2.3), подставляя $t = \tau_2$, и будет $x(t, \xi_1, \xi_2)$, явный вид которого аналогичен выражению (2.3).

В момент времени $\tau_3$ реальное состояние $x(\tau_2, \xi_1, \xi_2)$ не будет совпадать с состоянием $x^0(\tau_2, \xi_1, \xi_2) = x^0(\tau_3)$.

Продолжая рассуждения и решая задачу оптимального управления системой (1.1) на промежутке времени $[\tau_i, \tau_{i+1}]$ при начальном $\hat{x}(\tau_i, \xi_1, ..., \xi_i)$, конечном $x^0(\tau_{i+1})$ состояниях и функционале (1.3), будем иметь оптимальное управление $u^0(\tau, \xi_1, ..., \xi_i)$, оптимальное стохастическое движение $x^0(t, \xi_1, ..., \xi_i)$, выходящее из состояния $\hat{x}(\tau_i, \xi_1, ..., \xi_i)$, и реальное движение $x(\tau_i, \xi_1, ..., \xi_i)$, выходящее из состояния $x^0(\tau_i, \xi_1, ..., \xi_{i-1})$.

Как показано в [2, 4], для конечного момента времени $\tau_k$ имеет место следующая оценка для расстояния реального состояния системы от желаемого:

$$\left\| x^0(\tau_k) - x(\tau_k, \xi_1, ..., \xi_{k-1}) \right\| \le \sum_{i=2}^{k} \left\| X[\tau_k, \tau_{i-1}] \right\| \cdot \left\| \hat{x}(\tau_{i-1}, \xi_1, ..., \xi_{i-1}) - x^0(\tau_{i-1}) \right\|.$$

3. Опишем кратко решение задачи об оптимальном наблюдении, в ходе которой определяется значение $\hat{x}(\tau_i, \xi_1, ..., \xi_i)$.

Пусть через измерительное устройство поступает реальный сигнал

$$z(\tau) = y(\tau) + \Delta(\tau), \ \tau \in [t-\vartheta, t], \tag{3.1}$$

где

$$y(\tau) = Gx(\tau), \ G = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & \alpha_{13} & 0 \\ 0 & \alpha_{22} & 0 & \alpha_{24} \\ 0 & 0 & \alpha_{23} & \alpha_{44} \end{pmatrix}, \tag{3.2}$$

$\Delta(\tau)$ – трехмерный вектор погрешности, $\vartheta$ – положительное число, учитывающее необходимую продолжительность запоминания поступающего сигнала. Предполагается, что

$$\left( \int_{t-\vartheta}^{t} (\Delta(\tau))^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}} \le \delta, \tag{3.3}$$

где $\delta$ – положительное число.

Отметим, что необходимое и достаточное условие полной наблюдаемости фазового состояния системы (1.1) с идеальным сигналом $y(\tau)$ (3.2) выполняется [1], если относительно постоянных чисел $\alpha_{ij}$ предположить, что $\alpha_{11} \ne 0$, $\alpha_{23} \ne 0$, $\dfrac{\alpha_{22}}{\alpha_{24}} \ne \dfrac{\alpha_{11}}{\alpha_{13}}$. Следуя [1], полагая $u \equiv 0$ и $\Delta \equiv 0$, рассмотрим идеальный сигнал $y(\tau)$ (3.2). Для этого сигнала найдем оптимальную операцию $\varphi_t^0$, восстанавливающую величины координат $x_i(t)$. Эту операцию в векторной форме будем искать в виде

$$\varphi[t, y(\tau)] = \int_{t-\vartheta}^{t} \overline{V}(t,\tau) y(\tau) d\tau = x(t). \tag{3.4}$$

Учитывая, что $y(\tau) = GX[\tau, t]x(t)$ и выполняя замену переменного $\tau - t = \varsigma$ и вводя обозначение $\overline{V}(t, t+\varsigma) = V(\varsigma)$ из (3.4), получим следующие интегральные условия:

$$\int_{-\theta}^{0} \alpha_{11} V_{11}(\varsigma) d\varsigma = 1, \quad \int_{-\theta}^{0} (\alpha_{13} V_{11}(\varsigma) + V_{13}(\varsigma)\alpha_{22}) d\varsigma = 0,$$

$$\int_{-\theta}^{0} (\alpha_{13} V_{11}(\varsigma) + V_{13}(\varsigma)\alpha_{23}) d\varsigma = 0,$$

$$\int_{-\theta}^{0} (\alpha_{13} V_{11}(\varsigma)\varsigma + V_{12}(\varsigma)\alpha_{24} + V_{13}(\varsigma)(\alpha_{23}\varsigma + \alpha_{44})) d\varsigma = 0, \quad \int_{-\theta}^{0} \alpha_{11} V_{21}(\varsigma) d\varsigma = 0,$$

$$\int_{-\theta}^{0} (\alpha_{13} V_{21}(\varsigma) + V_{23}(\varsigma)\alpha_{22}) d\varsigma = 1, \quad \int_{-\theta}^{0} (\alpha_{13} V_{21}(\varsigma) + V_{23}(\varsigma)\alpha_{23}) d\varsigma = 0, \tag{3.5}$$

$$\int_{-\theta}^{0} (\alpha_{13} V_{23}(\varsigma)\varsigma + V_{22}(\varsigma)\alpha_{24} + V_{23}(\varsigma)(\alpha_{23}\varsigma + \alpha_{44})) d\varsigma = 0, \quad \int_{-\theta}^{0} \alpha_{11} V_{31}(\varsigma) d\varsigma = 0,$$

$$\int_{-\theta}^{0} (\alpha_{13} V_{31}(\varsigma) + V_{33}(\varsigma)\alpha_{22}) d\varsigma = 0, \quad \int_{-\theta}^{0} (\alpha_{13} V_{31}(\varsigma) + V_{33}(\varsigma)\alpha_{23}) d\varsigma = 1,$$

$$\int_{-\theta}^{0}(\alpha_{13}V_{31}(\varsigma)\varsigma+V_{32}(\varsigma)\alpha_{24}+V_{33}(\varsigma)(\alpha_{23}\varsigma+\alpha_{44}))d\varsigma=0,\quad \int_{-\theta}^{0}\alpha_{11}V_{41}(\varsigma)d\varsigma=0,$$

$$\int_{-\theta}^{0}(\alpha_{13}V_{41}(\varsigma)+V_{43}(\varsigma)\alpha_{22})d\varsigma=0,\quad \int_{-\theta}^{0}(\alpha_{13}V_{41}(\varsigma)+V_{43}(\varsigma)\alpha_{23})d\varsigma=0,$$

$$\int_{-\theta}^{0}(\alpha_{13}V_{41}(\varsigma)\varsigma+V_{42}(\varsigma)\alpha_{24}+V_{43}(\varsigma)(\alpha_{23}\varsigma+\alpha_{44}))d\varsigma=1,$$

требуя, чтобы

$$\int_{-\vartheta}^{0}\left(\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{4}V_{ij}^{2}(\varsigma)d\varsigma\rightarrow\min\right). \tag{3.6}$$

Решая полученную задачу условного экстремума (3.5), (3.6) с помощью проблемы моментов [1], будем иметь

$$V_{ij}^{0}(\varsigma)=\frac{1}{\rho_{0}^{2}}h_{ij}^{0}(\varsigma)\quad(i=1,2,2;\,j=1,2,3,4), \tag{3.7}$$

где $\rho_{0}^{2}=\int_{-\vartheta}^{0}\left[\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{4}\left(h_{ij}^{0}(\varsigma)\right)^{2}\right]d\varsigma,$

$$h_{11}^{0}(\varsigma)=\alpha_{11}l_{1}^{0}+\alpha_{13}l_{2}^{0}+\alpha_{13}l_{3}^{0}+\alpha_{13}\varsigma l_{4}^{0},$$

$$h_{12}^{0}(\varsigma)=\alpha_{24}l_{4}^{0},\qquad h_{13}^{0}(\varsigma)=\alpha_{22}l_{2}^{0}+\alpha_{23}l_{3}^{0}+(\alpha_{23}\varsigma+\alpha_{44})l_{4}^{0},$$

$$h_{21}^{0}(\varsigma)=\alpha_{11}l_{1}^{0}+\alpha_{13}l_{2}^{0}+\alpha_{13}l_{3}^{0}+\alpha_{13}\varsigma l_{4}^{0},$$

$$h_{22}^{0}(\varsigma)=\alpha_{24}l_{4}^{0},\qquad h_{23}^{0}(\varsigma)=\alpha_{22}l_{2}^{0}+\alpha_{23}l_{3}^{0}+(\alpha_{23}\varsigma+\alpha_{44})l_{4}^{0},$$

$$h_{31}^{0}(\varsigma)=\alpha_{11}l_{1}^{0}+\alpha_{13}l_{2}^{0}+\alpha_{13}l_{3}^{0}+\alpha_{13}\varsigma l_{4}^{0},$$

$$h_{32}^{0}(\varsigma)=\alpha_{24}l_{4}^{0},\qquad h_{33}^{0}(\varsigma)=\alpha_{22}l_{2}^{0}+\alpha_{23}l_{3}^{0}+(\alpha_{23}\varsigma+\alpha_{44})l_{4}^{0},$$

$$h_{41}^{0}(\varsigma)=\alpha_{11}l_{1}^{0}+\alpha_{13}l_{2}^{0}+\alpha_{13}l_{3}^{0}+\alpha_{13}\varsigma l_{4}^{0},$$

$$h_{42}^{0}(\varsigma)=\alpha_{24}l_{4}^{0},\qquad h_{43}^{0}(\varsigma)=\alpha_{22}l_{2}^{0}+\alpha_{23}l_{3}^{0}+(\alpha_{23}\varsigma+\alpha_{44})l_{4}^{0},$$

$$h_{11}^{0}=h_{21}^{0}=h_{31}^{0}=h_{41}^{0},\qquad h_{12}^{0}=h_{22}^{0}=h_{32}^{0}=h_{42}^{0},$$

$$h_{13}^{0}=h_{23}^{0}=h_{33}^{0}=h_{43}^{0};$$

$$l_{i}^{0}=\frac{\Delta_{i}}{\sum_{j=1}^{4}c_{j}\Delta_{j}},\qquad i=1,2,3,4,\qquad \Delta=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}&a_{14}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}&a_{24}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}&a_{34}\\a_{41}&a_{42}&a_{43}&a_{44}\end{vmatrix},$$

$$a_{11}=2\alpha_{11}^{2}\theta,\ a_{12}=2\alpha_{11}\alpha_{13}\theta,\quad a_{13}=2\alpha_{11}\alpha_{13}\theta,\quad a_{14}=-\alpha_{11}\alpha_{13}\theta^{2},$$

$$a_{22}=2\theta(\alpha_{13}^{2}+\alpha_{22}^{2}),\quad a_{23}=2\theta(\alpha_{13}^{2}+\alpha_{22}\alpha_{23}),\quad a_{41}=-\alpha_{11}\alpha_{13}\theta^{2},$$

$$a_{24}=2\alpha_{22}\alpha_{44}\theta-\alpha_{13}^{2}\theta^{2}-\theta^{2}\alpha_{22}\alpha_{23},\quad a_{33}=2\theta(\alpha_{13}^{2}+\alpha_{23}^{2}),$$

$$a_{34}=2\alpha_{23}\alpha_{44}\theta-\alpha_{13}^{2}\theta^{2}-\theta^{2}\alpha_{23}^{2},$$

$$a_{44} = 2\alpha_{44}^2\theta + 2\alpha_{24}^2\theta - 2\theta^2\alpha_{44}\alpha_{23} + \frac{2\alpha_{13}^2}{3}\theta^3 + \frac{2\alpha_{23}^2}{3}\theta^3,$$

$$a_{12} = a_{21}, \quad a_{13} = a_{31}, \quad a_{32} = a_{23}, \quad a_{42} = a_{24}, \quad a_{43} = a_{34}.$$

Определители $\Delta_i$ получаются из $\Delta$ заменой $i$-го столбца на столбец $\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix}$.

При $u \equiv 0$ эта операция решает рассматриваемую задачу об оптимальном наблюдении по сигналу $z(\tau)$ (3.1). В случае сигнала $z(\tau)$ построенная операция $\varphi_i^0$ дает неизбежную ошибку:

$$\sup_{\Delta(\tau)} \left| \varphi_i^0 [\Delta(\tau)] \right| = \delta\rho * \left[\varphi_i^0\right] = \frac{\delta}{\rho_0^2}. \tag{3.7}$$

В случае, когда наблюдается сигнал $\{z(\tau), u(\tau)\}$ при $u(\tau) \neq 0$, искомая операция $\varphi_i^0 [t, \{z(\tau), u(\tau)\}]$, восстанавливающая $x_i(t)$, находится с помощью операции

$$\varphi_i^0 [t, \{y(\tau), u(\tau)\}] = \varphi_i^0 [t, y(\tau)] - \varphi_i^0 \left[ t, G \int_{t-\vartheta}^{\varsigma} X[\varsigma, \tau] B(\tau) d\tau \right]. \tag{3.8}$$

Операция (3.8) и будет оптимальной разрешающей операцией, вычисляющей координату $x_i(t)$ по сигналу $\{z(\tau), u(\tau)\}$ с наименьшей возможной ошибкой (3.7).

*Кафедра теореотической механики* *Поступила 08.07.2002*

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Красовский Н.Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968, 476 с.
2. **Барсегян В.Р.** – Изв. НАН Армении. Механика. 2001, № 2, с. 63–69.
3. **Красовский Н.Н.** Управление динамической системой. М.: Наука, 1985, 519 с.
4. **Барсегян В.Р.** – Изв. НАН и ГИУ Армении. Серия технических наук. 1999, №1, с. 94–100.


Վ.Ռ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ, Ա.Գ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

## ԵՐԿԹԵՎ ՄԱՆԻՊՈՒԼՅԱՏՈՐԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՃՇԳՐՏՈՒՄՆԵՐԻ ՄԻ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ


### Ամփոփում

Դիտարկվում է երկթև մանիպուլյատորի շարժման ճշգրտումների խնդիրը, որտեղ հաշվի են առնվում օբյեկտի վիճակի մասին սխալով ստացվող տեղեկությունները: Կառուցված է մանիպուլյատորի իրական շարժման օպտիմալ ղեկավարման ալգորիթմը, որը փոքրացնում է ցանկալի շարժումից իրական շարժման շեղման չափը:

V.R. BARSEGHYAN, A.G. SARGSYAN

# ON ONE PROBLEM OF THE DOUBLE LINKED MANIPULATOR MOVEMENT CORRECTION

Summary

The task of reusable correction of the indignant trajectory controlled of the double linked manipulator is considered provided that the information on a condition of object acts with a mistake. The algorithm of optimum control of the manipulator watching for real movement and reducing difference of real movement from desirable is constructed.