

УДК 62.50.531.8

Н.П. САРКИСЯН

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ СТОХАСТИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ ДВУХЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ

Исследована задача оптимального стохастического управления движением двухзвенового электромеханического манипулятора при учете взаимодействующих факторов звеньев. Показано, при каких условиях можно пренебрегать взаимодействующими факторами, и дана оценка отклонения оптимального управления от оптимального управления при отсутствии взаимодействующих факторов. Получено стохастическое оптимальное управление системой и дана оценка отклонения фазового состояния поводиря от фазового состояния реального движения.

1. Математическая модель манипулятора. Рассматривается двухзвеновый манипулятор типичной конструкции [1], состоящий из вращающейся платформы и механической руки со схватом (см. рис.1). Математическая модель рассматриваемого манипулятора подробно изложена в [2].

Для описания движения манипулятора введем две прямоугольные системы координат O_1xyz и $O_1x'y'z'$ с общим началом O_1 и осью O_1z , совпадающей с осью вращения платформы. Система координат O_1xyz неподвижная, а $O_1x'y'z'$ – жестко связана с платформой (плоскость $O_1y'z'$ совпадает с плоскостью руки манипулятора).

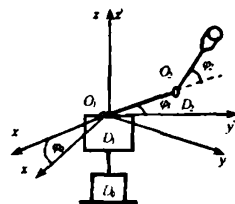


Рис.1.

φ_0 – угол поворота системы $O_1x'y'z'$ относительно O_1xyz (угол поворота платформы), φ_1 – угол между первым звеном и осью O_1y' (угол поворота первого звена руки относительно платформы), φ_2 – угол между звеньями манипулятора.

Уравнения движения электромеханического манипулятора после перехода к безразмерным переменным имеют вид [2,3]

$$\ddot{\varphi}_0 + f_0(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) = \mu_0, \quad \ddot{\varphi}_1 + A_{12}\ddot{\varphi}_2 / A_{11} + f_1(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) = \mu_1, \quad (1.1)$$

$$\ddot{\varphi}_2 + A_{12}\ddot{\varphi}_1 / A_{22} + f_2(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) = \mu_2, \quad L_i\dot{\mu}_i + R_i\mu_i + k_i\dot{\varphi}_i = u_i \quad (i=0,1,2),$$

где $f_i(\cdot)$ – нелинейные члены. Предполагается, что $|f_i| \ll 1$ ($i=0,1,2$);

$$A_{11} = J_1^{(1)}n_1^2 + J_1^{(2)} + I_1 + I_2, A_{12} = J_1^{(2)}n_2 + I_2, A_{22} = J_1^{(2)}n_2^2 + I_2. \quad (1.2)$$

Здесь u_i – управляющие напряжения электродвигателей приводов, L_i – коэффициенты индуктивности обмотки роторов электродвигателей приводов, R_i – электрические сопротивления обмоток роторов электродвигателей приводов, k_i – коэффициент пропорциональности между электрическим током цепи роторов электродвигателей приводов и усилиями, I_i – ток в цепях роторов приводов, μ_i – моменты электромагнитных сил, приложенных к ротору электродвигателя i -го привода относительно оси его вращения ($i=0, 1, 2$), $J_1^{(1)}$, $J_1^{(2)}$ – моменты инерции роторов электродвигателей приводов D_1 , D_2 соответственно относительно осей их вращения, $J_2^{(1)}$, $J_2^{(2)}$ – центральные моменты инерции роторов электродвигателей приводов D_1 , D_2 соответственно относительно осей, перпендикулярных осям шарниров O_1 , O_2 , n_i – передаточное число редуктора привода D_i , расположенного в шарнире O_i ($i=1, 2$).

Поскольку взаимодействия звеньев определяют величины A_{12}/A_{11} , A_{12}/A_{22} и f_i , покажем, при каких условиях можно пренебречь этими величинами. Если предположить, что $J_1^{(1)}$ и n_1 имеют соответственно порядки $J_1^{(2)}$ и n_2 , то из (1.2) следует, что $A_{12}/A_{11} < 1$, $A_{12}/A_{22} < 1$. При сделанных предположениях покажем, что существуют манипуляторы, для которых

$$A_{12}/A_{11} \ll 1, A_{12}/A_{22} \ll 1. \quad (1.3)$$

Если потребуем, чтобы $n_1 \gg 1, n_2 \gg 1$ имело место при создании многих современных промышленных манипуляционных роботов [4], то выполнятся соотношения (1.3) и $|f_i| \ll 1$ ($i=0, 1, 2$). С исключением μ_i из (1.1) уравнения движения манипулятора распадутся на две отдельные системы дифференциальных уравнений, одно из которых – третьего порядка относительно w^0 , а другое относительно w^{12} – шестого. Эти системы имеют вид

$$\dot{w}^0 = A^0 w^0 + B^0 u^0 \quad \text{и} \quad \dot{w}^{12} = A^{12} w^{12} + B^{12} u^{12} \quad (1.4)$$

(индексом 12 обозначается влияние звеньев манипулятора), где A^0, B^0 и A^{12}, B^{12} приведены в [2, 5]. Решение системы (1.4) представим по формуле Коши [2]. Элементы $w_{kj}^0[t-t_0]$ фундаментальной матрицы $W^0[t-t_0]$ определены в [2], а элементы фундаментальной матрицы $W^{12}[t-t_0]$ имеют вид

$$w_{kj}^{12}[t-t_0] = \frac{1}{A[t_0]} \left[\sum_{k_1=1}^4 \bar{A}_{jk_1}[t_0](\lambda_{k_1}^{12})^{k-1} a_{14}^{12}(\lambda_{k_1}^{12}) e^{\lambda_{k_1}^{12} t} + \bar{A}_{j5}[t_0] \right] (j=2,3,5,6), \quad (1.5)$$

$$w_{mj}^{12}[t-t_0] = \frac{1}{A[t_0]} \left[\sum_{k_1=1}^4 \bar{A}_{jk_1}[t_0](\lambda_{k_1}^{12})^{m-4} e^{\lambda_{k_1}^{12} t} + \bar{A}_{j6}[t_0] \right] (k=\overline{1,3}), (m=\overline{4,6}),$$

$$a_{14}(\lambda_j^{12}) = (a_7^{12} \lambda_j^{12} + a_9^{12}) / ((\lambda_i^{12})^2 - a_6^{12} \lambda_i^{12} - a_8^{12}), w_{11}^{12}[\cdot] = w_{44}^{12}[\cdot] = 1, w_{n1}^{12} = w_{i4}^{12} = 0$$

$$(n = \overline{2,6}), (l = 1,2,3,5,6); A[t_0] = \{A_{ij}[t_0]\}_{i,j=1}^6, A_{ij}[t_0] = (\lambda_j^{12})^{i-1} [a_{14}(\lambda_j^{12})]^{\delta} e^{\lambda_j^{12} t_0}, (1.6)$$

где $\delta = \begin{cases} 1, (i = \overline{1,3}) \\ 0, (i = \overline{4,6}) \end{cases}, i_1 = \begin{cases} i, (i = \overline{1,3}) \\ i-4, (i = \overline{4,6}) \end{cases}, A_{15}[t_0] = A_{64} = 1,$

$$A_{km}[t_0] = 0 (k, m = \overline{1,6}, k \neq 1, m \neq 4),$$

$$\bar{A}_{kj}[t_0] = \begin{bmatrix} A_{1j-1}[t_0] & \cdots & \delta_{1j} & A_{1j+1}[t_0] & \cdots & A_{16}[t_0] \\ \cdots & & \cdots & \cdots & & \cdots \\ A_{6j-1}[t_0] & \cdots & \delta_{6j} & A_{6j+1}[t_0] & \cdots & A_{66}[t_0] \end{bmatrix}, \delta_{kj} = \begin{cases} 1, k = j \\ 0, k \neq j \end{cases} (k, j = \overline{1,6}),$$

а λ_{k1}^{12} удовлетворяют следующему уравнению:

$$(\lambda^{12})^4 - (a_{11}^{12} + a_6^{12})(\lambda^{12})^3 + (a_{11}^{12} a_6^{12} - a_{10}^{12} a_7^{12} - a_{13}^{12} - a_8^{12})(\lambda^{12})^2 +$$

$$+ (a_{13}^{12} a_6^{12} - a_{12}^{12} a_7^{12} + a_{13}^{12} a_8^{12} - a_{10}^{12} a_9^{12}) \lambda^{12} + (a_{13}^{12} a_8^{12} - a_{12}^{12} a_9^{12}) = 0, \lambda_5^{12} = \lambda_6^{12} = 0. \quad (1.7)$$

Чтобы столбцы матрицы $A[t_0]$ были независимы, должно выполняться соотношение

$$\det \begin{vmatrix} (\lambda_i^{12})^2 - a_6^{12} \lambda_i^{12} - a_8^{12} & -(a_7^{12} \lambda_i^{12} + a_9^{12}) \\ a_{10}^{12} \lambda_i^{12} + a_{12}^{12} & -((\lambda_i^{12})^2 - a_{11}^{12} \lambda_i^{12} - a_{13}^{12}) \end{vmatrix} = 0. \quad (1.8)$$

Если знаменатель $a_{14}(\lambda_i^{12})$ равен нулю, то будем иметь нулевое решение для системы $i = 12$. Потребуем, чтобы знаменатель $a_{14}(\lambda_i^{12})$ был не равен нулю, т. е.

$$(\lambda_i^{12})^2 - a_6 \lambda_i^{12} - a_8 \neq 0. \quad (1.9)$$

Физические и инерционные элементы манипулятора должны удовлетворять соотношениям (1.8) и (1.9).

2. Постановка задачи. Требуется найти оптимальный закон изменения управлений $u^i(t) (i = 0, 12)$, который обеспечивал бы переход системы (1.4) из начального состояния $w^i(t_0) = w^{i0}$ в заданное конечное $w^i(t_1) = w^{i1} (i = 0, 12)$ при минимизации функционала

$$J^0[u^0, t_1, t_0] = \left[\int_{t_0}^{t_1} (u^0(\tau))^2 d\tau \right]^{1/2} \text{ и } J^{12}[u^{12}, t_1, t_0] = \left[\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^2 (u_i^{12}(\tau))^2 d\tau \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

Решение поставленной задачи для J^0 с помощью проблемы моментов приведено в [2, (2.2)], а при J^{12} — в [5], т. е.

$$u^{0,0}(t, t_1 - t_0) = k^0(\cdot) \sum_{j=1}^3 \Delta_j^0(\cdot) h_j^0(t - t_0) / \sum_{k,s=1}^3 \alpha_{ks}^0(\cdot) \Delta_k^0(\cdot) \Delta_s^0(\cdot), \quad (2.2)$$

$$u_i^{12,0}(t, t_1 - t_0) = \sum_{j,s=1}^6 \Delta_j^{12}(\cdot) \Delta_s^{12}(\cdot) c_s^{12}(\cdot) h_{ji}^{12}(t, \cdot) / \sum_{j,s=1}^6 \alpha_{js}^{12}(\cdot) \Delta_j^{12}(\cdot) \Delta_s^{12}(\cdot) (i = 1, 2), \quad (2.3)$$

через $(\cdot)$ обозначена величина $t_1 - t_0$. Решение системы (1.4) при $u^{i,0}(t, t_1 - t_0)$ назовем программным движением системы (или поводыря).

3. Сравнение управлений $u_i^{12,0}$ и u^{i0} ($i=1,2$). Оптимальное управление u^{i0} , которое найдено в [2], при $A_{12}/A_{11} \ll 1, A_{12}/A_{22} \ll 1$ имеет вид

$$u^{i0}(t, t_1 - t_0) = k^i(t_1 - t_0) \sum_{j=1}^3 \Delta_j^i(t_1 - t_0) h_j^i(t - t_0) / \sum_{k,s=1}^3 \alpha_{ks}^i(t_1 - t_0) \Delta_k^i(\cdot) \Delta_s^i(\cdot). \quad (3.1)$$

Сравним оптимальное управление (3.1) с оптимальным управлением $u_i^{12,0}$ ($i=1,2$), имеющим вид (2.3). Для этого оценим порядок величины

$$|u_i^{12,0} - u^{i0}| \quad (i=1,2). \quad (3.2)$$

Поскольку $A_{12}/A_{ii} < 1$, то сравнение проведем по первому приближению A_{12}/A_{ii} . Обозначая $\varepsilon_i = A_{12}/A_{ii}$, отбрасывая величины выше первого порядка относительно ε_i , для коэффициентов уравнений (1.4) из (4) получим

$$\begin{aligned} a_i^{12} &= \varepsilon_i, a_3^{12} \approx 1, a_4^{12} = a_1^1 - a_1^2, a_5^{12} \approx a_4^{12}, a_6^{12} \approx -a_1^1, a_7^{12} \approx \varepsilon_1, \\ a_8^{12} &\approx -a_2^1, a_9^{12} \approx \varepsilon_1 a_2^2, a_{10}^{12} \approx \varepsilon_2 a_4^{12}, a_{11}^{12} \approx -a_1^2, a_{12}^{12} \approx \varepsilon_2 a_2^1, a_{13}^{12} \approx -a_2^2, \\ b_1^{12} &\approx a_3^1, b_2^{12} \approx \varepsilon_1 a_3^2, b_3^{12} \approx -\varepsilon_2 a_3^1, b_4^{12} \approx a_3^2. \end{aligned} \quad (3.4)$$

С учетом (3.4) характеристическое уравнение будет

$$\begin{aligned} (\lambda^{12})^4 - (a_1^2 + a_1^1)(\lambda^{12})^3 + (a_1^2 a_1^1 + \varepsilon_2 a_2^1 \varepsilon_1 (a_4^{12})^2)(\lambda^{12})^2 + (\varepsilon_2 a_2^1 \varepsilon_1 a_4^{12} + \\ + a_2^2 a_1^1 + a_1^2 a_2^1 - \varepsilon_1 a_2^2 a_4^{12} \varepsilon_2) \lambda^{12} + (a_2^2 a_2^1 - \varepsilon_2 a_2^1 \varepsilon_1 a_2^2) = 0, \quad \lambda_5^{12} = \lambda_6^{12} = 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Отсюда видно, что характеристическое уравнение в первом приближении не зависит от ε_i , т. е. фундаментальные матрицы систем

$$\dot{w}^{12} = A^{12} w^{12} + B^{12} u^{12} \quad \text{и} \quad \dot{w} = A w + B u \quad (3.6)$$

совпадают. Здесь

$$w = (w^1, w^2)^T, A = \text{diag}(A^1, A^2), B = \text{diag}(B^1, B^2), u = (u^1, u^2)^T.$$

Установим связь между величинами (3.5):

$$B^{12} = B + B^\varepsilon, H^{12}(\tau) = H(\tau) + H^\varepsilon(\tau), \alpha_{ij}^{12} = \alpha_{ij} + \alpha_{ij}^\varepsilon, \Delta^1(t_1 - t_0) = \Delta + \Delta^\varepsilon. \quad (3.7)$$

Учитывая (3.7) и пренебрегая величинами выше первого порядка относительно ε_i , получим, что $|u_i^{12,0} - u^{i0}|$ имеет порядок ε_i .

4. Построение стохастической модели. Возьмем класс кусочно-программных стратегий [6]. Построим стохастическую модель следующим образом. Пусть $t_0 = \tau_0 < \dots < \tau_j < \dots < \tau_k = t_1$, где k — любое число, $(\delta_j = \tau_{j+1} - \tau_j)$ является разбиением отрезка $[t_0, t_1]$. Предположим, что стохастическое управление имеет вид

$$u^i = u^i(t, \xi^i) \quad (i=0,1,2). \quad (4.1)$$

Пусть движение стохастической системы описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\dot{x}^i = A^i x^i + B^i u^i(t, \xi^i) \quad (j=0, \dots, k), (i=0,1,2). \quad (4.2)$$

Предположим, что в каждый фиксированный момент времени τ_j (на узлах разбиения) положение системы измеряется с ошибкой. Следовательно-

но, источником случайных событий являются ошибки измерений. При этом предполагается, что результатом неточного измерения являются равномерно распределенные на отрезке $[0,1)$ случайные величины ξ_j^i , которые считаются равновероятными. Рассмотрим интервал времени $[\tau_{v-1}, \tau_v)$ ($v = \overline{1, k}$). Измеряя положение системы в момент времени τ_{v-1} с ошибкой, имеем позицию $x^i(\tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i)$. При помощи проблемы моментов [7] определим оптимальное управление, переводящее систему (4.2) из положения $x^i(\tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i)$ в положение $w^i(\tau_v)$ при минимизации функционала

$$J^i(u^i, \tau_{v-1}, \tau_v) = \left[\int_{\tau_{v-1}}^{\tau_v} \|u_v^i(\tau)\|^2 d\tau \right]^{1/2} \quad (i = 0, 1, 2).$$

Оптимальное управляющее воздействие $u_v^{0,0}$ имеет вид [2]:

$$u_v^{0,0}(t, \tau_v - \tau_{v-1}, \xi_{v-1}^0) = k^0(\cdot) \sum_{j=1}^3 \Delta_j^0(\cdot) h_j^0(t - \tau_{v-1}) / \sum_{k,s=1}^3 \alpha_{ks}^0(\cdot) \Delta_k^0(\cdot) \Delta_s^0(\cdot),$$

а для u_v^{12} при $t \in [\tau_{v-1}, \tau_v)$ получаем

$$u_v^{12,0}(t, \tau_v - \tau_{v-1}, \xi_{v-1}^{12}) = \sum_{j,s=1}^6 \Lambda_j^{12}(\cdot) \Lambda_s^{12}(\cdot) c_s^{12}(\cdot) h_{j\mu}^{12}(t, \cdot) / \sum_{j,s=1}^6 \alpha_{js}^{12}(\cdot) \Lambda_j^{12}(\cdot) \Lambda_s^{12}(\cdot). \quad (4.3)$$

Через $(\cdot)$ обозначается величина $(\tau_v - \tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i)$. Величины α_{ks}^i , Δ_k^i , h_j^i определяются по [2, 5].

Для сравнения с нашим методом приведем подход стохастического движения Н.Н. Красовского [8]. Пусть $t_0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_j < \dots < \tau_k = t_1$ ($\delta_j = \tau_{j+1} - \tau_j$, $\sup \delta_j \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$) является разбиением отрезка $[t_0, t_1]$. Предположим [8], что при формировании управляющего воздействия $u(t)$ появляются случайные величины $\omega_j = \{\xi_0, \dots, \xi_j\}$, $\xi_j \in [0, 1)$, являющиеся элементарными событиями вероятностного пространства $\{\Omega_j, B_j, P_j\}$, где Ω_j — единичный куб в $(j+1)$ -мерном пространстве $\{\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_j\}$, $B_j = B_\Omega$ — борелевская σ -алгебра для этого куба, $P_j = P_j(B)$ — (j) -мерная лебегова мера на этом кубе [8]. Таким образом, предположим, что стохастическое управление $u(t, \omega)$ имеет вид

$$u(t, \omega) = u[t, \xi_0, \xi_1, \dots, \xi_j] \quad (\tau_j \leq t < \tau_{j+1}), \quad (4.4)$$

где функции $u(t, \omega) = u[t, \xi_0, \xi_1, \dots, \xi_j]$ должны быть измеримыми по аргументам $\{\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_j\}$ на $(j+2)$ -мерном множестве $[\tau_j, \tau_{j+1}) \times \Omega_{\{\xi_0, \dots, \xi_j\}}$ по отношению к борелевской σ -алгебре. Неупреждающие функции $u(t, \omega)$ назовем программами (стохастическими). Пусть движение стохастической системы описывается дифференциальными уравнениями системы

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u(t, \omega). \quad (4.5)$$

Решение системы (4.5) представляется формулой Коши.

5. Оценка расстояния реального (стохастического) движения от поводья. Для коррекции движения системы необходимо в каждый момент времени иметь мажорирующую оценку разности евклидовых норм реального (стохастического) движения $(t, x(t, \omega))$ между построенного в виде ломаных Эйлера и заранее построенного поводья (предполагается, что начальные положения поводья и системы совпадают). Для этого оценим следующие величины:

$$\rho(t, \omega) = \|x(t, \omega) - w(t)\| \quad \text{и} \quad \rho^i(t, \omega^i) = \|x^i(t, \omega^i) - w^i(t)\| \quad (i = 0, 1, 2). \quad (5.1)$$

В частности, на интервале $t \in [\tau_{k-1}, \tau_k]$ имеем

$$x^i(\tau_k, \omega_k^i) = W^i[\tau_k - \tau_{k-1}]x^i(\tau_{k-1}, \omega_{k-1}^i) + \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W^i[\tau_k - \tau]B^i u_k^{i0}(\tau, \xi_{k-1}^i) d\tau, \quad (5.2)$$

$$w^i(\tau_k) = W^i[\tau_k - \tau_{k-1}]w^i(\tau_{k-1}) + \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W^i[\tau_k - \tau]B^i u^{i0}(\tau) d\tau, \quad \omega_k^i = (\xi_0^i, \dots, \xi_{k-1}^i).$$

Подставляя $x^i(\tau_k, \omega_k^i)$ и $w^i(\tau_k)$ в (5.1) и учитывая [2, 5], получим

$$\begin{aligned} \rho^{12}(\tau_k, \omega_k^{12}) &\leq \left[\sum_{i=1}^4 (b_i^{12})^2 \right]^{1/2} \sum_{j=1}^k \left[\sqrt{6} - 1 + e^{(\tau_k - \tau_j) \left[4 + \sum_{i=6}^{13} (a_i^{12})^2 \right]} \right] \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} |u_j^{12,0}(\tau, \xi_{j-1}^i) - u^{12,0}(\tau)| d\tau \times \\ &\times \left[(\sqrt{6} - 1) \delta_{j-1} + \left(e^{\delta_{j-1} \left[4 + \sum_{i=6}^{13} (a_i^{12})^2 \right]} - 1 \right) / \left[4 + \sum_{i=6}^{13} (a_i^{12})^2 \right]^{1/2} \right], \quad \rho^0(\tau_k, \omega_k^0) \leq a_3^0 \times \\ &\times \sum_{j=1}^k \left[\sqrt{3} - 1 + e^{(\tau_k - \tau_j) \times (\sqrt{2} + a_1^0 + a_2^0)} \right] \left[(\sqrt{3} - 1) \delta_{j-1} + \frac{e^{\delta_{j-1} (\sqrt{2} + a_1^0 + a_2^0)} - 1}{\sqrt{2} + a_1^0 + a_2^0} \right] \times \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} |u_j^{00}(\tau, \xi_{j-1}^0) - u^{00}(\tau)| d\tau. \end{aligned}$$

Уравнение движения манипулятора имеет вид

$$\dot{w} = Aw + Bu,$$

где $A = \text{diag}(A^0, A^{12})$, $B = \text{diag}(B^0, B^{12})$, $u = (u^0, u^{12})^T$, A^i, B^i ($i = 0, \overline{1, 2}$) определены в [2, 5], а оценка от движения поводья —

$$\rho(t, \omega_k) = \|x(t, \omega_k) - w(t)\| \leq \rho^0(t, \omega_k^0) + \rho^{12}(t, \omega_k^{12}), \quad \text{где} \quad \omega_k = (\omega_k^0, \omega_k^{12}).$$

6. Пример. Рассмотрим движение первого и второго звеньев робота на интервале времени $[0, 2]$ с безразмерными параметрами [3]

$$L_1 = 0.01, R_1 = 0.38, k_1 = 1.5, L_2 = 0.003, R_2 = 0.2, k_2 = 1, A_{12} / A_{11} = 0.1, A_{12} / A_{22} = 0.5 \quad (6.1)$$

и граничными условиями

$$\varphi_i(0) = \dot{\varphi}_i(0) = \ddot{\varphi}_i(0) = \varphi_i(2) = \dot{\varphi}_i(2) = 0, \varphi_i(2) = 1 \quad (i = 1, 2). \quad (6.2)$$

Характеристические числа будут

$$\lambda_1 \approx -67.07, \lambda_3 \approx -6.93, \lambda_2 \approx -29.59, \lambda_4 \approx -3.93, \lambda_5 = \lambda_6 = 0. \quad (6.3)$$

Произведем измерения состояния звеньев в два момента времени $t_0 = 0$, $\tau_1 = 1$. Допустим, что стохастика влияет только на первую и четвертую координаты, где $w = (w_1, \dots, w_6)^T = (\varphi_1, \dot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_2)^T$.

Управления поведением из (2.3) будут

$$u_1^{12,0}(t) = 1.1 - 0.001e^{3.93t} + 2.4 \cdot 10^{-7} e^{6.93t} + 5 \cdot 10^{-26} e^{29.59t} + 2 \cdot 10^{-60} e^{67.07t},$$

$$u_2^{12,0}(t) = 0.68 - 0.0005e^{3.93t} - 2.6 \cdot 10^{-7} e^{6.93t} - 3.4 \cdot 10^{-27} e^{29.59t} + 10^{-58} e^{67.07t}. \quad (6.4)$$

Чтобы сравнить управления $u_i^{12,0}(t)$ и $u_i^0(t)$ ($i=1,2$), полученные в п. 3, вычислим управления $u_i^0(t)$ ($i=1$) из (3.2):

$$u_1^0(t) = 1.00857 - 0.0003642e^{4.45936t} + 2.44511 \cdot 10^{-26} e^{29.9871t},$$

$$u_2^0(t) = 0.61728 - 0.000016e^{5.70919t} + 4.47118 \cdot 10^{-59} e^{67.3677t}.$$

На рис. 2 приведены графики управлений $u_1^{12,0}(t)$ и $u_1^0(t)$ и разность последних, которая не превышает порядка A_{12}/A_{ii} ($i=1,2$).

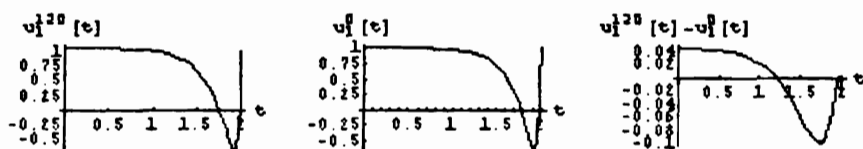


Рис. 2.

А графики движений $w_1^{12}(t)$ и $w_1^1(t)$ и их разность показаны на рис. 3.

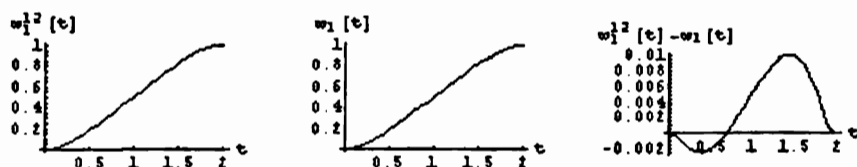


Рис. 3.

Пусть измерения для интервала $[0, 1]$ будут

$$x_1^{12}(0, \xi_0^{12}) = w_1^{12}(0) + \varepsilon^1(0, \xi_0^{12}), \quad \varepsilon^1(0, \xi_0^{12}) \approx 0.001,$$

$$x_4^{12}(0, \xi_0^{12}) = w_4^{12}(0) + \varepsilon^4(0, \xi_0^{12}), \quad \varepsilon^4(0, \xi_0^{12}) \approx 0.001, \quad (6.5)$$

а расчетные управления для этого же интервала из (4.4) –

$$u_1^{12,0}(t) = 1.1 - 0.001e^{3.93t} - 3.3 \cdot 10^{-7} e^{6.93t} - 1.1 \cdot 10^{-15} e^{29.59t} - 7.8 \cdot 10^{-34} e^{67.07t}.$$

На этом интервале графики управлений, движений поведыря и отклонения друг от друга приведены на рис. 4 и 5.

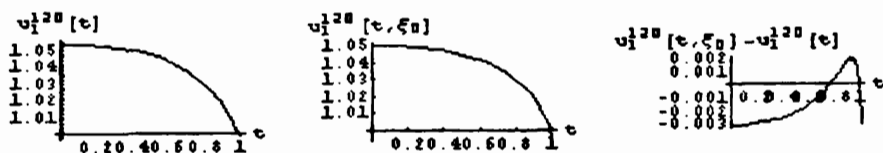


Рис. 4.

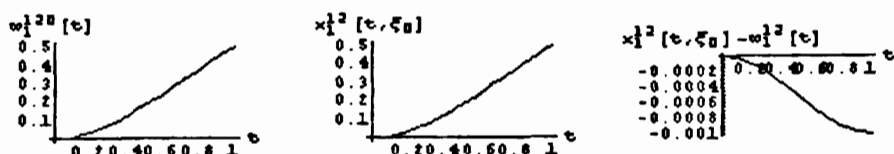


Рис. 5.

Пусть измерения для интервала $[1, 2]$ будут

$$\begin{aligned} x_1^{12}(1, \xi_1^{12}) &= w_1^{12}(1) + \varepsilon^1(1, \xi_1^{12}), \varepsilon^1(1, \xi_1^{12}) \approx 1.5w_1^{12}(1)/100, \\ x_4^{12}(1, \xi_1^{12}) &= w_4^{12}(1) + \varepsilon^4(1, \xi_1^{12}), \varepsilon^4(0, \xi_1^{12}) \approx 1.5w_4^{12}(1)/100, \end{aligned} \quad (6.6)$$

а расчетные управления для этого интервала из (4.4) –

$$u_1^{12,0}(t) = 1 - 0.001e^{3.93t} + 2.3 \cdot 10^{-7} e^{6.93t} + 4.9 \cdot 10^{-26} e^{29.59t} + 1.9 \cdot 10^{-60} e^{67.07t}.$$

На последнем интервале графики управлений и движений поводрыра и отклонения друг от друга показаны на рис. 6 и 7.

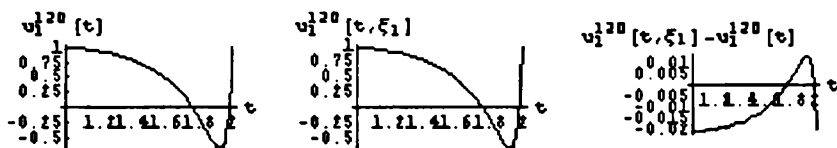


Рис. 6.

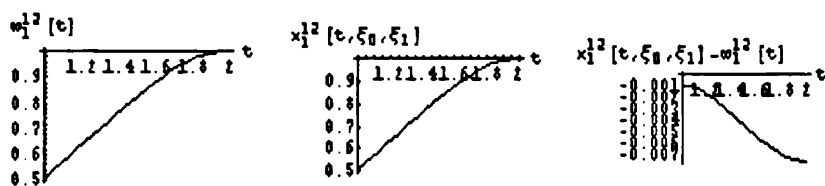


Рис. 7.

Следует отметить, что при коррекции движения ошибки в определении траектории накапливаются.

Для осуществления процесса коррекции необходимо, чтобы машинное время для вычисления одного этапа не превышало шага разбиения $(\tau_{i+1} - \tau_i)$. Расчеты показали, что максимальное время, затраченное Pentium-2-MMX CPU at 350MHz, 64.0MB RAM, не превышает 0.16с. Во всех приведенных расчетных схемах соблюден режим времени $\tau_{i+1} - \tau_i > 0.16с$. Следовательно, приведенные расчеты можно применить на практике.

Сравним два стохастических движения, рассмотренные в п. 4. Стохастические движения [8] на каждом интервале времени $t \in [\tau_{k-1}, \tau_k), (k=1,2)$ определим следующим образом:

$$\dot{x} = Ax + Bu(t, \omega),$$

где

$$u(t, \omega) = u(t, \xi_0, \dots, \xi_{k-1}). \quad (6.7)$$

На каждом интервале $t \in [\tau_{k-1}, \tau_k), (k=1,2)$ оценим норму

$$\rho K(t) = \|x(t, \omega) - w(t)\|. \quad (6.8)$$

Пусть для интервала $t \in [0,1)$ $u(t, \omega) = u(t, \xi_0)$ и имеет вид

$$u(t, \omega) = u(t, \xi_0) = (u_1^{12,0}(t) + \varepsilon^1(0, \xi_0^{12}), u_2^{12,0}(t) + \varepsilon^4(0, \xi_0^{12}))^T.$$

График нормы $\rho K(t)$ показан на рис. 8, б, где при $t=1$ $\rho K(1) = 0.0018$.

При $t \in [1,2)$ $u(t, \omega) = u(t, \xi_0, \xi_1)$ имеет вид $u(t, \omega) = u(t, \xi_0, \xi_1) = (u_1^{12,0}(t) + \varepsilon^1(0, \xi_0^{12}) + \varepsilon^1(1, \xi_0^{12}), u_2^{12,0}(t) + \varepsilon^4(0, \xi_0^{12}) + \varepsilon^4(1, \xi_1^{12}))^T$.

График нормы $\rho K(t)$ показан на рис. 9, б, где при $t=2$ $\rho K(2)=0.06$. Вводя в (5.1) обозначение $\rho C(t)=\rho^{12}(t,\omega)$, при $t=12$ получим график, приведенный на рис. 8, а, $\rho C(1)=0.001$. Для интервала $t \in [1,2)$ $\rho C(2)=0.01$, а график нормы $\rho C(t)$ показан на рис. 9, а.

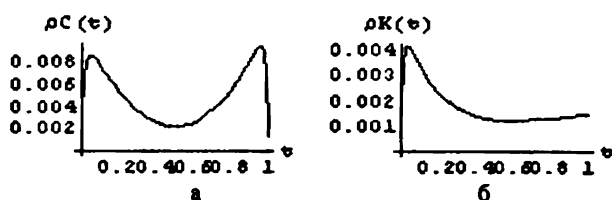


Рис. 8.

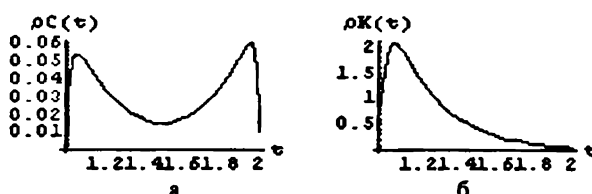


Рис. 9.

Из рис. 8, 9 и численных значений $\rho K(1)$, $\rho C(1)$, $\rho K(2)$, $\rho C(2)$ следует, что норма отклонения реального движения от поводья в первом случае (6.7) в конце второго этапа в 6 раз превышает норму отклонения реального движения от поводья при решении указанной задачи методом п. 4.

Выражаю благодарность проф. М.С. Габриеляну и проф. А.А. Гукасяну за постановку задачи и ценные советы.

Кафедра теоретической механики

Поступила 30.05.2001
После доработки 26.12.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы. Справочник. М.: Машиностроение, 1983.
2. Габриелян М.С., Гукасян А.А., Саркисян Н.П. – Изв. НАН РА. Механика, 1999, № 2, с. 63–71.
3. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука, 1989.
4. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода. М.: Энергия, 1976.
5. Саркисян Н.П. – Ученые записки ЕГУ, 2002, № 2.
6. Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования. Л., 1977.
7. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М., 1968.
8. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.

ԵՐԿՕՂԱԿ ՄԱՆԻՊՈՒԼՅԱՏՈՐԻ ՍՏՈԽԱՍՏԻԿ ՕՊՏԻՄԱԼ
ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Ուսումնասիրված է երկօղակ էլեկտրամեխանիկական մանիպուլյատորի ստոխաստիկ օպտիմալ ղեկավարումը ձողերի միջև փոխազդեցությունները հաշվի առնելու դեպքում: Ցույց է տրված, թե ինչպիսի պայմանների դեպքում կարելի է արհամարհել ձողերի միջև փոխազդեցությունները: Որոշված է երկօղակ էլեկտրամեխանիկական մանիպուլյատորի ձողերի օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունների բացարձակ մեծությունների տարբերությունը ձողերի միջև փոխազդեցության առկայության և բացակայության դեպքերում: Անալիտիկորեն ստացված է ստոխաստիկ շարժման օպտիմալ ղեկավարումը, ուղեկցող համակարգի և ստոխաստիկ շարժման ֆազային վիճակների միջև տարբերությունը:

N.P. SARKISSYAN

ABOUT OPTIMAL STOCHASTIC CONTROL OF DOUBLE-LINK
MANIPULATOR

Summary

The issue of optimal stochastic control with the motion of double-link electromechanic manipulator is studied taking into account the factors of links of interaction. It is indicated under which conditions the interaction factors can be neglected and an assessment is given.

The stochastic optimal control over the system is obtained and an assessment is given to the deviation of phase condition of the guide from the phase condition of the real motion.