

УДК 511.2

Լ.Խ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

ԷՅԼԵՐԻ $\varphi(m)$ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՄԻ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Կցագրման ընդհանուր և մասնավոր (դիոֆանտյան) խնդիրը լուծելու ընթացքում ծագում է հետևյալ պրոբլեմը:

Դիցուք $a < b$ բնական թվեր են: Պահանջվում է $[a, b]$ հատվածում գտնել այն բոլոր $U, U_j, \dots, U_k$ բնական թվերը, որոնք փոխադարձաբար պարզ են տված m թվի հետ, որտեղ $m \leq b$: Պահանջվող թվերի քանակը նշանակենք $\varphi_{[a,b]}(m)$ -ով: Նախ գտնենք $1, 2, 3, \dots, a-1, a, a+1, \dots, b-1, b$ թվերի շարքում բոլոր այն թվերը, որոնք փոխադարձաբար պարզ են m -ի հետ, և դրանց թվից հանենք $1, 2, 3, \dots, (a-1)$ թվերի շարքում m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը: Արդյունքում կստանանք $a, a+1, \dots, b-1, b$ թվերի մեջ m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը: Ըստ U և V բնական թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարի (ԱԸԲ) որոնման Էվկլիդի ալգորիթի՝ U և V թվերի ԱԸԲ-ն 0-ից տարբեր նախապերջին մնացորդն է: Ելնելով այս հանգամանքից՝ նպատակ դնենք գտնել m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերը՝ ըստ մնացորդների: Դրա համար վարվենք հետևյալ կերպ՝ 1-ից b թվերը հաջորդաբար բաժանելով m -ի, կստանանք $0, 1, 2, 3, \dots, m-1$ մնացորդով թվեր: Միավորելով հավասար մնացորդով թվերը՝ կստանանք $mq_0, mq_1 + 1, mq_2 + 2, \dots, (mq_{m-1} + m - 1)$ տեսքի թվեր, որոնց միավորումը կտա 1-ից մինչև b բնական թվերը:

Դիցուք $0, 1, 2, 3, \dots, m-1$ մնացորդների մեջ $r_1, r_2, \dots, r_k$ թվերը փոխադարձաբար պարզ են m -ի հետ, որոնց թիվը $\varphi(m)$ է [1]: Ըստ $r_1, r_2, \dots, r_k$ մնացորդների և ըստ m մոդուլի՝ միավորենք հավասար մնացորդով թվերը: Ստացված թվերը ունեն $(mq_1 + r_1), (mq_2 + r_2), \dots, (mq_k + r_k)$ տեսքը, որտեղ $(mq_1 + r_1, m) = (m, r_1) = 1, \dots, (mq_k + r_k, m) = (m, r_k) = 1$ և $k = \varphi(m)$: Այդ թվերը

բավարարում են $r_1 \leq mq_1 + r_1 \leq b, r_2 \leq mq_2 + r_2 \leq b, \dots, r_k \leq mq_k + r_k \leq b,$
 $1 \leq r_i \leq m-1$, պայմաններին, որտեղ $0 \leq q_i \leq \left[\frac{b-r_i}{m} \right], i=1,2,\dots,k$: Այդ թվերի

միավորումը կտա m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը 1 -ից b բնական թվերի շարքում: Այսպիսով, 1 -ից b բնական թվերի շարքում m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը հավասար է $N_1 = \sum_{i=1}^{\varphi(m)} \left[\frac{b-r_i}{m} \right] + \varphi(m)$, իսկ m -ի հետ փոխադարձաբար ոչ պարզ

թվերի քանակը հավասար է $N_2 = \sum_{i=1}^{m-\varphi(m)} \left[\frac{b-r'_{i-1}}{m} \right] + m - \varphi(m) - 1$, որտեղ $(r'_{i-1}, m) = d_i \neq 1$:

Ձևափոխելով ստացված բանաձևերը՝ կստանանք $N_1 = \left[\frac{b}{m} \right] \cdot \varphi(m) + k$,

$N_2 = \left[\frac{b}{m} \right] \cdot (m - \varphi(m)) + t - 1$, որտեղ k -ն m -ի հետ փոխադարձաբար

պարզ այն r_i թվերի քանակն է $r_1, r_2, \dots, r_i$ թվերի շարքում, որտեղ այդ մնացորդները չեն գերազանցում b -ն m -ի վրա բաժանումից ստացված α մնացորդին, իսկ t -ն m -ի հետ 1 -ից տարբեր ԱԸԲ ունեցող այն մնացորդների քանակն է, որտեղ այդ մնացորդները չեն գերազանցում b -ն m -ի վրա բաժանումից ստացված β մնացորդին: Կիրառելով ստացված բանաձևերը $[a, b]$ հատվածի նկատմամբ՝ կստանանք m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ և փոխադարձաբար ոչ պարզ թվերի քանակները որոշող բանաձևերը.

$$N_1 = \left(\left[\frac{b}{m} \right] - \left[\frac{a-1}{m} \right] \right) \cdot \varphi(m) + k_2 - k_1, N_2 = \left(\left[\frac{b}{m} \right] - \left[\frac{a-1}{m} \right] \right) \cdot (m - \varphi(m)) + t_2 - t_1:$$

$\varphi_{[a,b]}(m)$ ֆունկցիան հանդիսանում է Լ. Էյլերի $\varphi(m)$ ֆունկցիայի ընդհանրացումը բնական թվերի կամայական հատվածի վրա:

1. $\varphi_{[a,b]}(m)$ ֆունկցիան որոշված է $[1, b]$ հատվածի յուրաքանչյուր m բնական թվի համար և իրենից ներկայացնում է m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը $[a, b]$ -ում: Ըստ որում՝ $\varphi_{[a,b]}(m) = \left(\left[\frac{b}{m} \right] - \left[\frac{a-1}{m} \right] \right) \cdot \varphi(m) + k_2 - k_1$: Եթե $m = b$, ապա $\varphi_{[1,b]}(m) = \varphi(m)$: Եթե $b = m, a = 1$, ապա $\varphi_{[a,b]}(m) = \varphi(m)$: m -ի հետ պարզ թվերը որոնվում են $(mq_i + r_i)$ տեսքի թվերից, որտեղ $i = \varphi(m)$:

2. $\varphi_{[1,b]}(m)$ ֆունկցիան որոշված է $[1, b]$ հատվածի յուրաքանչյուր m բնական թվի համար և իրենից ներկայացնում է m -ի հետ փոխադարձաբար

$$\begin{aligned} & \text{ձաքար պարզ թվերի քանակը } [1, b] \text{-ում: Ըստ որում } \varphi_{[1, b]}(m) = \\ & = \sum_{i=1}^{\varphi(m)} \left[\frac{b - r_i}{m} \right] + \varphi(m) = \left[\frac{b}{m} \right] \cdot \varphi(m) + k : \end{aligned}$$

3. m -ի հետ փոխադարձաբար ոչ պարզ թվերի քանակը որոշող քանաձևերը ըստ հատվածների կլիներն.

$$\text{ա) } \overline{\varphi_{[1, b]}(m)} = \left[\frac{b}{m} \right] (m - \varphi(m)) + t - 1,$$

$$\text{բ) } \overline{\varphi_{[a, b]}(m)} = \left(\left[\frac{b}{m} \right] - \left[\frac{a-1}{m} \right] \right) \cdot (m - \varphi(m)) + t_2 - t_1 :$$

Արտյանի պետական ճարտարագիտական քոլեջ

Ստացվել է 30.04.2003

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1965.

Լ.Ք. ԱՏԼԱՆՅԱՆ

ОБ ОДНОЙ ИЗ ОБОБЩЕНИЙ ФУНКЦИИ $\varphi(m)$ ЭЙЛЕРА

Резюме

В работе вводится обобщение функции $\varphi(m)$ Эйлера и получается формула для определения значения этой обобщенной функции.

L. Kh. ASLANIAN

ABOUT ONE OF THE GENERALIZATION OF AILAR'S $\varphi(m)$ FUNCTION

Summary

In connection with the problems of supplement in this work the generalization of Ailar's $\varphi(m)$ functions is introduced and a formula is got for the definition of the value of this generalized function.