

Механика

УДК 62.50

В. Р. БАРСЕГЯН, Г. С. ЧЛИНГАРЯН

**ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ
МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ В
ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ**

Рассматривается задача приоритетного выбора оптимальных управляемых воздействий для управления движением материальной точки с переменной массой в гравитационном поле. С учетом полученных результатов, на числовом примере показано, что минимизация критерия качества по приоритетному принципу приводит к меньшему его значению, чем минимизация в обычном смысле.

1. Рассмотрим движение материальной точки массы m в вертикальной плоскости в поле силы тяжести. Предполагается, что в качестве управляющего воздействия к точке приложена реактивная сила \vec{f} , возникающая в результате отделения от нее частиц с элементарной массой $|dm_1|$. Тогда масса точки является величиной переменной $m = m(t)$ и ее движение можно описать векторным уравнением

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{P} + \vec{f}. \quad (1.1)$$

Здесь $m = m(t) = m_0 + m_1(t)$, где $m_0 = \text{const} \rightarrow$ неизменяемая часть массы точки, $m_1(t)$ – реактивная масса точки; $\vec{f} = (\bar{s} - \bar{V}) \frac{dm_1}{dt}$, \bar{V} – вектор абсолютной скорости точки, \bar{s} – вектор скорости частицы dm_1 в момент $t + dt$ после ее отделения; \bar{P} – сила тяжести. Пусть под действием этих сил точка совершает движение по кривой, мало отличающейся от некоторой равновесной круговой орбиты.

Предположим, что реактивная сила \vec{f} все время находится в плоскости равновесной круговой орбиты, тогда движение точки будет происходить в плоскости этой кривой и оно будет определяться изменением ее полярных

координат r и ψ [1]:

$$\begin{aligned}\ddot{r} - r\dot{\psi}^2 + \frac{\mu}{r^2} &= a_r \frac{\dot{m}}{m}, \\ r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi} &= a_\psi \frac{\dot{m}}{m}.\end{aligned}\quad (1.2)$$

Здесь μ – гравитационная постоянная, a_r и a_ψ – проекции вектора относительной скорости $\vec{a} = \vec{s} - \vec{V}$ отделяющейся частицы на направления радиуса и касательной к траектории движения соответственно. Учитывая, что

$$r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\psi}),$$

за фазовые координаты можем взять величины $r(t)$, $\dot{r}(t)$, $\chi(t) = r^2 \dot{\psi}$, так как их совокупность удовлетворяет всем условиям определения фазового вектора. Тогда (1.2) запишется так:

$$\begin{aligned}\ddot{r} &= -\frac{\mu}{r^2} + \frac{\chi^2}{r^3} + a_r \frac{\dot{m}}{m}, \\ \dot{\chi} &= r a_\psi \frac{\dot{m}}{m}.\end{aligned}\quad (1.3)$$

Предположим, что в момент включения управляющих воздействий фазовые координаты точки мало отличаются от их значений на выбранной круговой орбите, а величина управляющей реактивной силы \vec{f} сравнительно невелика, так что в процессе всего управления точка остается в достаточно малой окрестности указанного кругового движения. Тогда уравнения линейного приближения в окрестности выбранной круговой орбиты для системы (1.3) запишутся так:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\alpha x_1 + b x_3 + \alpha u_1, \\ \dot{x}_3 &= \beta u_2,\end{aligned}\quad (1.4)$$

где $x_1 = r - r_0$, $x_2 = \dot{r}$, $x_3 = \chi - \chi_0$, $\chi_0 = \sqrt{\mu r_0}$, $a = \frac{\mu}{r_0^3}$, $b = \frac{2\sqrt{\mu r_0}}{r_0^3}$, $\alpha u_1 = a_r \frac{\dot{m}}{m}$,

$\beta u_2 = a_\psi \frac{\dot{m}}{m}$; α и β – некоторые постоянные из промежутка $[0; 1]$.

При выполнении вышепоставленных условий исследование системы (1.4) дает полезную информацию о движении нелинейной системы дифференциальных уравнений (1.3).

Сформулируем следующую задачу.

Требуется на промежутке времени $[t_0, t_1]$ при помощи выбора вектора управляющего воздействия $u(t) = \{u_1(t), u_2(t)\}$ и параметров α и β систему (1.4) перевести из заданного начального положения $x(t_0)$ в заданное

конечное положение $x(t_1)$, минимизируя функционал

$$\chi[u] = \left(\int_{t_0}^{t_1} (u_1^2 + u_2^2) d\tau \right)^{1/2}. \quad (1.5)$$

Отметим, что оптимальные значения управляющих воздействий $u_i^0 = u_i^0(t, \alpha, \beta)$, $i=1,2$, будут непрерывными функциями от параметров α и β [2]. Следовательно, представляется возможность для его вторичной минимизации по параметрам α и β , причем минимум функционала $\chi[u_1^0(\alpha, \beta), u_2^0(\alpha, \beta)]$ достичим:

$$\chi[u_1^0(\alpha^0, \beta^0), u_2^0(\alpha^0, \beta^0)] = \min_{\alpha, \beta \in [0, 1]} \chi[u_1^0(\alpha, \beta), u_2^0(\alpha, \beta)].$$

Поэтому оптимальные управляющие воздействия, решающие поставленную задачу, будут $u_i^0(t) = u_i^0(t, \alpha^0, \beta^0)$, $i=1,2$.

2. Система уравнений (1.4) в векторно-матричной форме запишется так:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2.1)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}.$$

Матрица Калмана [3] будет иметь вид

$$K = \{B, AB, A^2B\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 & \beta b \\ \alpha & 0 & 0 & \beta b & -\alpha a & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно заметить следующее: при $\alpha = 0$, $\beta b \neq 0$ система (1.4) вполне управляема, а если $\beta = 0$, $\alpha \neq 0$, она не является вполне управляемой.

Фундаментальная матрица решений однородной части (1.4) имеет следующий вид:

$$X[\tau, t_0] = \begin{pmatrix} \cos \sqrt{a}(\tau - t_0) & \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}(\tau - t_0) & \frac{b}{a} (1 - \cos \sqrt{a}(\tau - t_0)) \\ -\sqrt{a} \sin \sqrt{a}(\tau - t_0) & \cos \sqrt{a}(\tau - t_0) & \frac{b}{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}(\tau - t_0) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем формулу Коши для системы (1.4):

$$x(t) = X[t, t_0]x(t_0) + \int_{t_0}^t X[t, \tau]Bu(\tau)d\tau. \quad (2.2)$$

Отсюда при $t = t_1$ получаем следующие интегральные условия:

$$\int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}(t_1 - \tau) u_1 + \beta \frac{b}{a} (1 - \cos \sqrt{a}(t_1 - \tau)) u_2 \right) d\tau = C_1,$$

$$\int_{t_0}^{t_1} (\alpha \cos \sqrt{a}(t_1 - \tau) u_1 + \beta \frac{b}{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}(t_1 - \tau) u_2) d\tau = C_2, \quad (2.3)$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \beta u_2 d\tau = C_3,$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= x_1(t_1) - x_1(t_0) \cos \sqrt{a}(t_1 - t_0) - \frac{1}{\sqrt{a}} x_2(t_0) \sin \sqrt{a}(t_1 - t_0) - \\ &\quad - \frac{b}{a} x_3(t_0) (1 - \cos \sqrt{a}(t_1 - t_0)), \\ C_2 &= x_2(t_1) + \sqrt{a} x_1(t_0) \sin \sqrt{a}(t_1 - t_0) - x_2(t_0) \cos \sqrt{a}(t_1 - t_0) - \\ &\quad - \frac{b}{\sqrt{a}} x_3(t_0) \sin \sqrt{a}(t_1 - t_0), \\ C_3 &= x_3(t_1) - x_3(t_0). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Рассматривая вариационную задачу (2.3), (1.5) как проблему моментов [3], построим

$$\rho_0^2 = \min_{\sum_i C_i l_i = 1, l_0} \int_{t_0}^{t_1} (h_1^2(\tau) + h_2^2(\tau)) d\tau, \quad (2.5)$$

где l_1, l_2, l_3 – неопределенные постоянные, а

$$\begin{aligned} h_1(\tau) &= \alpha \left[l_1 \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}(t_1 - \tau) + l_2 \cos \sqrt{a}(t_1 - \tau) \right], \\ h_2(\tau) &= \beta \frac{b}{a} \left[l_1 (1 - \cos \sqrt{a}(t_1 - \tau)) + l_2 \sqrt{a} \sin \sqrt{a}(t_1 - \tau) + \frac{a}{b} l_3 \right]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Проделав необходимые выкладки, найдем

$$l_1^0 = \frac{1}{C_1} (1 - C_2 l_2^0 - C_3 l_3^0), \quad l_2^0 = -l_3^0 \frac{A_2}{H_2} - \frac{a_{13} C_1 - a_{11} C_3}{H_2}, \quad l_3^0 = -\frac{A_1}{H_1}, \quad (2.7)$$

где $A_1 = -a_{12} a_{23} C_1 + a_{13} (a_{22} C_1 - a_{12} C_2) + a_{12}^2 C_3 + a_{11} (a_{23} C_2 - a_{22} C_3)$,

$$A_2 = a_{33} C_1^2 + C_3 (a_{11} C_3 - 2 a_{13} C_1),$$

$$\begin{aligned} H_1 &= -a_{23}^2 C_1^2 - 2 a_{12} a_{33} C_1 C_2 - a_{13}^2 C_2^2 + a_{11} a_{33} C_2^2 + 2 a_{12} a_{13} C_2 C_3 - a_{12}^2 C_3^2 + \\ &+ 2 a_{23} (a_{13} C_1 C_2 + C_3 (a_{12} C_1 - a_{11} C_2)) + a_{22} (a_{33} C_1^2 - 2 a_{13} C_1 C_3 + a_{11} C_3^2), \end{aligned}$$

$$H_2 = a_{23} C_1^2 - a_{13} C_1 C_2 + C_3 (a_{11} C_2 - a_{12} C_1),$$

$$a_{11} = 2 \left(\frac{1}{a} \alpha^2 B_2 + \frac{b^2}{a^2} B_4 \beta^2 \right), \quad a_{22} = 2 \left(\alpha^2 B_1 + \frac{b^2}{a} B_2 \beta^2 \right), \quad a_{33} = 2 B_8 \beta^2,$$

$$a_{12} = \left(\frac{\alpha^2}{\sqrt{a}} B_5 + 2 \frac{b}{\sqrt{a}} B_7 \beta^2 \right), \quad a_{13} = 2 \frac{b}{a} \beta^2 (B_3 + B_8), \quad a_{23} = 2 \frac{b}{\sqrt{a}} B_6 \beta^2,$$

$$B_1 = \int_{t_0}^{t_1} \cos^2(\sqrt{a}(t_1 - \tau)) d\tau = \frac{1}{4\sqrt{a}} \sin(2\sqrt{a}(t_1 - t_0)) + \frac{t_1 - t_0}{2},$$

$$B_2 = \int_{t_0}^{t_1} \sin^2(\sqrt{a}(t_1 - \tau)) d\tau = -\frac{1}{4\sqrt{a}} \sin(2\sqrt{a}(t_1 - t_0)) + \frac{t_1 - t_0}{2},$$

$$B_3 = \int_{t_0}^{t_1} \cos(\sqrt{a}(t_1 - \tau)) d\tau = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin(\sqrt{a}(t_1 - t_0)),$$

$$B_4 = \int_{t_0}^{t_1} \left[1 - \cos(\sqrt{a}(t_1 - \tau)) \right]^2 d\tau = \frac{1}{4\sqrt{a}} \sin(2\sqrt{a}(t_1 - t_0)) + \frac{3}{2}(t_1 - t_0) + \frac{2}{\sqrt{a}} \sin(\sqrt{a}(t_1 - t_0)),$$

$$B_5 = \int_{t_0}^{t_1} \sin(2\sqrt{a}(t_1 - \tau)) d\tau = -\frac{1}{2\sqrt{a}} \cos(2\sqrt{a}(t_1 - t_0)),$$

$$B_6 = \int_{t_0}^{t_1} \sin(\sqrt{a}(t_1 - \tau)) d\tau = \frac{1}{\sqrt{a}} (1 - \cos(\sqrt{a}(t_1 - t_0))),$$

$$B_7 = \int_{t_0}^{t_1} \sin(\sqrt{a}(t_1 - \tau)) \left[1 - \cos(\sqrt{a}(t_1 - \tau)) \right] d\tau = \frac{1}{\sqrt{a}} (1 - \cos(\sqrt{a}(t_1 - t_0))) - \frac{1}{4\sqrt{a}} (1 - \cos(2\sqrt{a}(t_1 - t_0))),$$

$$B_8 = t_1 - t_0.$$

Подставляя значения l_1^0, l_2^0, l_3^0 из (2.7) в (2.6) и (2.5), получим $h_1^0(\tau, \alpha, \beta)$, $h_2^0(\tau, \alpha, \beta)$ и величину $\rho_0^2(\alpha, \beta)$ соответственно:

$$h_1^0(\tau, \alpha, \beta) = \alpha \left[l_1^0 \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}(t_1 - \tau) + l_2^0 \cos \sqrt{a}(t_1 - \tau) \right],$$

$$h_2^0(\tau, \alpha, \beta) = \beta \frac{b}{a} \left[l_1^0 (1 - \cos \sqrt{a}(t_1 - \tau)) + l_2^0 \sqrt{a} \sin \sqrt{a}(t_1 - \tau) + l_3^0 \right],$$

$$\rho_0^2(\alpha, \beta) = \frac{P(\alpha, \beta)}{Q(\alpha, \beta)}, \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} P &= \alpha^8 \beta^2 a^8 b^2 B_8 (16 B_1^2 B_2^2 - 8 B_1 B_2 B_5^2 + B_5^4) + \\ &+ \alpha^6 \beta^4 4 a^5 b^4 (8 a^2 B_1 B_2^2 B_6^2 + 32 a^2 B_1 B_2^3 B_8 + 32 B_1^2 B_2 B_4 B_8 - 8 B_1 B_4 B_5^2 B_8 - \\ &- 32 a B_1 B_2 B_5 B_7 B_8 + 8 a B_5^3 B_7 B_8 - 20 a B_1 B_2 B_5 B_6 (B_3 + B_8) - a B_5^3 B_6 \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (B_3 + B_8) + 8B_1^2 B_2 (B_3 + B_8)^2 + 4B_1 B_5^2 (B_3 + B_8)^2 + 4a^2 B_2 B_5^2 \times \\
& \times (B_6^2 - 2B_2 B_8) \Big) + \alpha^4 \beta^6 \left(4B_1^2 B_4 (B_3^2 + 2B_3 B_8 + B_8 (2B_4 + B_8)) \right) + \\
& + a^2 (4a^2 B_2^3 B_6^2 + 8a^2 B_2^4 B_8 - 2a B_2^2 B_5 (5B_3 B_6 + (5B_6 + 8B_7) B_8) + 2B_2 B_5 \times \\
& \times (B_3^2 B_5 + 4a B_6^2 B_7 + 2B_3 B_5 B_8 + B_5 B_8 (B_8 - 2B_4)) \Big) + \\
& + B_5^2 (2B_4 B_6^2 - 3B_7 (B_3 B_6 + B_8 (B_6 - 4B_7))) \Big) 8a^2 b^6 + 2a B_1 (4a B_2^2 (B_3^2 + \\
& + 2B_3 B_8 + B_8 (4B_4 + B_8)) + B_5 (4B_3^2 B_7 + B_8 (4B_7 B_8 - 4B_4 (5B_6 + 8B_7))) + \\
& + B_3 (8B_7 B_8 - 5B_4 B_6)) + 2a B_2 (2B_4 B_6^2 - B_7 (5B_3 B_6 + (5B_6 + 4B_7) B_8)) \Big) + \\
& + \alpha^2 \beta^8 16ab^8 (4a^2 B_2^2 B_4 B_6^2 + 2B_1 B_4^2 B_6^2 + 8a^2 B_2^3 B_4 B_8 + 8B_1 B_2 B_4^2 B_8 - \\
& - 8B_1 B_4 B_7^2 B_8 + B_5 (4B_3^2 B_7 + B_8 (4B_7 B_8 - 4B_4 (5B_6 + 8B_7))) + \\
& + B_3 (8B_7 B_8 - 5B_4 B_6)) + 2a B_2 (2B_4 B_6^2 - B_7 (5B_3 B_6 + (5B_6 + 4B_7) B_8)) \Big) + \\
& + \alpha^2 \beta^8 16ab^8 (4a^2 B_2^2 B_4 B_6^2 + 2B_1 B_4^2 B_6^2 + 8a^2 B_2^3 B_4 B_8 + 8B_1 B_2 B_4^2 B_8 - \\
& - 8B_1 B_4 B_7^2 B_8 + 8a B_5 B_7^3 B_8 - 5a B_2 B_4 B_5 B_6 (B_3 + B_8) - 10a^2 B_2^2 \times \\
& \times B_6 B_7 (B_3 + B_8) - 10B_1 B_4 B_6 B_7 (B_3 + B_8) - 3a B_5 B_6 B_7^2 (B_3 + B_8) + \\
& + 2a^2 B_2^3 (B_3 + B_8)^2 + 4B_1 B_2 B_4 (B_3 + B_8)^2 + 4a B_2 B_5 B_7 (B_3 + B_8)^2 + \\
& + 4B_1 B_7^2 (B_3 + B_8)^2 + 4a B_7 (B_4 B_5 + a B_2 B_7) (B_6^2 - 2B_2 B_8) \Big) + \\
& + \beta^{10} 32b^{10} (B_2 B_4^2 B_6^2 + 2B_2^2 B_4^2 B_8 + 2B_7^4 B_8 - 5B_2 B_4 B_6 B_7 (B_3 + B_8) - B_6 \times \\
& \times B_7^3 (B_3 + B_8) + B_2^2 B_4 (B_3 + B_8)^2 + 2B_2 B_7^2 (B_3 + B_8)^2 + 2B_4 B_7^2 (B_6^2 - 2B_2 B_8)), \\
Q = & \alpha^8 a^{10} (16B_1^2 B_2^2 - 8B_1 B_2 B_5^2 + B_5^4) + \alpha^6 \beta^2 8a^7 b^2 (4B_1 B_2 - B_5^2) \\
& (a^2 B_2^2 + B_1 B_4 - a B_5 B_7) + \alpha^4 \beta^4 8a^4 b^4 (2a^4 B_2^4 + 2B_1^2 B_4^2 - 4a B_1 B_4 B_5 B_7 + \\
& + 3a^2 B_5^2 B_7^2) + \alpha^2 \beta^6 32a^3 b^6 (B_2 B_4 - B_7^2) (a^2 B_2^2 + B_1 B_4 - a B_5 B_7) - \\
& - 4a^2 B_2^2 (a B_5 B_7 - 2B_1 B_4) - a^2 B_2 (B_4 B_5^2 + 4B_1 B_7^2) + \beta^{10} 16a^2 b^8 (B_7^2 - B_2 B_4)^2.
\end{aligned}$$

Оптимальные управляемые воздействия для фиксированных α и β будут

$$u_i^0(\tau, \alpha, \beta) = \frac{1}{\rho_0^2(\alpha, \beta)} h_i^0(\tau, \alpha, \beta), \quad i = 1, 2. \quad (2.9)$$

При управляемых воздействиях (2.9) значение квадрата функционала (1.5) будет

$$\chi^2 \left[u_1^0(\alpha, \beta), u_2^0(\alpha, \beta) \right] = \frac{1}{\rho_0^2(\alpha, \beta)}. \quad (2.10)$$

3. Пусть $t_0 = 0$, $t_1 = \frac{\pi}{2}$, $a = 1$, $b = 0,2$. Начальное и конечное состояния фазового вектора выберем в следующем виде: $x(0) = (0,2; -0,2; 1)$, $x\left(\frac{\pi}{2}\right) = (0; 0; 0)$.

При $\alpha = 0$ получим

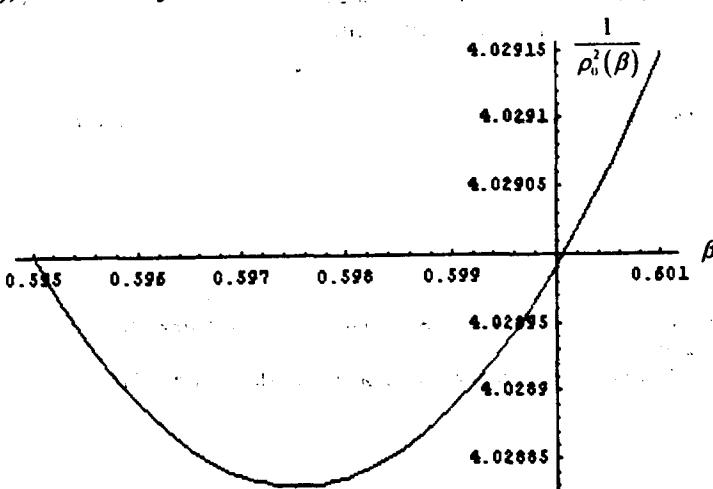
$$l_1^0 \approx \frac{5\beta^2(25,9\beta^2 - 32)}{32 - 32\beta^2 + 10,7\beta^4}, \quad l_2^0 \approx -\frac{20\beta^2(1,42\beta^2 - 6,28)}{32 - 32\beta^2 + 10,7\beta^4}, \quad l_3^0 = 1,$$

$$\rho_0^2(\beta) \approx \frac{6434\beta^2 - 23978\beta^4 + 33745\beta^6 - 19843\beta^8 + 4116\beta^{10}}{4096 - 8192\beta^2 + 6834\beta^4 - 2738\beta^6 + 458\beta^8}. \quad (3.1)$$

С учетом (3.1) для минимума (2.10) имеем

$$\chi^2 \left[u_1^0(0, \beta^0), u_2^0(0, \beta^0) \right] = \min_{\beta \in [0,1]} \frac{1}{\rho_0^2(\beta)} \approx 4,028848,$$

где $\beta^0 \approx 0,5975$. График функции $\frac{1}{\rho_0^2(\beta)}$, где $\rho_0^2(\beta)$ определяется формулой (3.1), имеет следующий вид:



Для оптимальных управляемых воздействий получаем

$$u_1^0(\tau, 0, \beta^0) = 0, \quad u_2^0(\tau, 0, \beta^0) = 1,5155 + 0,892 \cos \tau - 0,905 \sin \tau.$$

Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\alpha x_1 + b x_3, \\ \dot{x}_3 &= u \end{aligned} \quad (3.2)$$

с функционалом

$$\chi[u] = \left(\int_{t_0}^{t_1} u^2 d\tau \right)^{1/2}. \quad (3.3)$$

Учитывая условия, приведенные в начале этого пункта, получим минимальное значение квадрата функционала

$$\chi^2[u^0] = 5,4588.$$

Теперь, рассматривая вместо системы (1.4) систему

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -ax_1 + bx_3 + V_1, \\ \dot{x}_3 &= V_2\end{aligned} \quad (3.4)$$

с функционалом

$$\chi[V] = \left(\int_{t_0}^{t_1} (V_1^2 + V_2^2) d\tau \right)^{1/2}, \quad (3.5)$$

при тех же условиях получим минимальное значение квадрата (3.5)

$$\chi^2[V_1^0, V_2^0] = 16,2865.$$

Рассмотренные числовые примеры показывают, что минимизация квадрата критерия качества по параметру β приводит к более низкому значению этого критерия. Этот факт указывает на важное практическое значение оптимальных управляющих воздействий, выбранных по приоритетному принципу.

Кафедра теоретической механики

Поступила 05.11.2004

ЛИТЕРАТУРА

- Суслов Г.К. Теоретическая механика. 3-е изд. М.: Гостехиздат, 1946.
- Габриелян М.С., Барсегян В.Р. VIII международный семинар памяти Е.С Пятницкого. Тез. докладов. М., 2004, с. 36–37.
- Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968, 476 с.

Վ. Ռ. ԲԱՐԵՂՅԱՆ, Գ. Ս. ՉԼԻՆԳՐՅԱՆ

ԳՐԱՎԻՏԱՑԻՈՆ ԴԱՏՈՒՄ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ԶԱՆԳՎԱԾՈՎ
ՆՅՈՒԹԱԿԱՆ ԿԵՏԻ ԾԱՐԺՄԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ՄԻ
ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիտարկված է գրավիտացիոն դաշտում փոփոխական զանգվածով նյութական կետի շարժման ղեկավարման համար ըստ կարևորության

օպտիմալ դեկավարող ազդեցությունների ընտրության խնդիր: Ստացված արդյունքների օգտագործմամբ բայցին օրինակով ցույց է տրված, որ որպէս հայտանիշի ըստ կարևորության մինիմալացումը նրան տալիս է ավելի փոքր արժեք, քան սովորական իմաստով մինիմալացումը:

V. R. BARSEGHYAN, G. S. CHLINGARYAN

ABOUT ONE TASK OF OPTIMAL CONTROL OF VARIABLE-MASS PARTICLE MOTION IN GRAVITATIONAL FIELD

Summary

A task of priority selection of optimal control actions for control of variable-mass particle motion in gravitational field is discussed. On the basis of obtained results, it is shown by a numerical example that the quality criterion minimization on priority principle results in less value of quality criterion than the minimization in the usual sense.