ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 2008 Естественные науки

Физика

УДК 521.14

Г. Г. АРУТЮНЯН, А. Г. МОВСИСЯН, А. С. ПИЛОЯН

КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ ПРИ НАЛИЧИИ СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ

В предлагаемой работе космологические модели, учитывающие наличие темной энергии, рассматриваются в рамках тензорно-скалярной теории Йордана–Бранса–Дикке с доминирующим минимально и неминимально связанным скалярным полем при наличии космологического скаляра.

Введение. Рассматривается вариант теории Йордана–Бранса–Дикке (ЙБД) при наличии космологического скаляра, записанного таким образом, чтобы при переходе к эйнштейновскому представлению он обращался в обычную космологическую постоянную общей теории относительности (ОТО). Работа разбита на два этапа. В первой части рассмотрены космологические решения в эйнштейновском представлении теории ЙБД с минимально связанным скалярным полем. Во второй части рассмотрена модель Вселенной в радиационной эпохе. Анализ полученных решений представляет интерес в связи с современными представлениями об эволюции Вселенной, в частности, с обнаружением ускорения космологического расширения и оценками плотности темной материи и темной энергии.

Тензорно-скалярная теория тяготения ЙБД [1–8] физически наиболее содержательная и разработанная модификация ОТО. В этой теории, помимо метрики пространства-времени, гравитационное поле описывается также дальнодействующим скалярным безмассовым полем, потенциал которого $y = y(x^{\mu})$ называют гравитационным скаляром, в каждой точке заменяющим ньютоновскую константу тяготения. Скалярное поле теории ЙБД в соответствии с идеями Маха определяется всей материей во Вселенной, оно проявляется только через гравитационное взаимодействие. Поэтому в теории ЙБД выполняется требование слабого принципа эквивалентности – пробные частицы и лучи света движутся по геодезическим.

Недавние наблюдения вспышек далеких сверхновых [9–11] существенно изменили наши представления о Вселенной, в частности, основываясь на результатах этих наблюдений, можно считать установленным, что

- динамикой космологического расширения управляет «антигравитация»;
- космологическое расширение ускоряется;
- во Вселенной доминирует вакуум, плотность энергии которого намного превосходит плотность всех «обычных» форм космической материи вместе взятых (часть космологов считает доминирующей некую гипотетическую субстанцию – квинтэссенцию, подобную вакууму по свойствам).

«Антигравитационный» механизм впервые был введен Эйнштейном [12] путем включения в уравнения ОТО общековариантного слагаемого, содержащего космологическую постоянную Λ:

$$G_{\alpha\beta} - \Lambda g_{\alpha\beta} = k_0 T_{\alpha\beta}, \qquad k_0 = \frac{8\pi G}{c^4}. \tag{1}$$

Нетрудно убедиться в том, что это дополнительное слагаемое обеспечивает отталкивание.

Космологический скаляр в эйнштейновском представлении теории ЙБД. Аргументы в пользу введения космологической постоянной в ОТО достаточно убедительны, поэтому имеет смысл ввести аналогичную величину в теорию ЙБД. Предположив, что поле этой величины должно быть скалярным, но не может быть динамическим (его изменения должны управляться гравитационным скаляром $y = y(x^\mu)$), введем в действие теории ЙБД космологический скаляр $\varphi = \varphi(y)$ аналогично тому, как вводится космологическая постоянная в действие ОТО:

$$W = \frac{1}{c}\int\sqrt{-g}\left[-\frac{c^4}{16\pi}y\left(R + 2\varphi(y) - \varsigma\frac{y^{,\mu}y_{,\mu}}{y^2}\right) + L_m\right]d^4x, \tag{2}$$

здесь ς – безразмерная константа связи теории ЙБД. Приравнивая нулю результат независимого варьирования (2) по $g^{\alpha\beta}$ и y, получим уравнения теории ЙБД с космологическим скаляром:

$$\nabla_\alpha y^\alpha = \frac{kT}{3+2\varsigma} + \frac{2y}{3+2y}\left(\varphi - y\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right), \qquad k = \frac{8\pi}{c^4}, \tag{3}$$

$$\begin{gathered} G^\mu_\nu = \frac{k}{y}\left(T^\mu_\nu - \delta^\mu_\nu\frac{T}{3+2\varsigma}\right) + \frac{\nabla_\nu y^{,\mu}}{y} + \varsigma\left(\frac{y_{,\nu}y^{,\mu}}{y^2} - \frac{1}{2}\delta^\mu_\nu\frac{y_{,\alpha}y^{,\alpha}}{y^2}\right) + \\ + \frac{\delta^\mu_\nu}{3+2\varsigma}\left[(1+2\varsigma)\varphi + 2y\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right]. \end{gathered} \tag{4}$$

Наряду с собственным представлением (3) и (4), теорию ЙБД можно формулировать и в эйнштейновском представлении [13, 14], которое получается из собственного конформным преобразованием метрики

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \frac{y}{y_0}g_{\mu\nu}, \quad y_0 = \frac{2(2+\varsigma)}{G(3+2\varsigma)}. \tag{5}$$

В некоторых случаях эйнштейновское представление оказывается проще собственного. В частности, в космологических задачах с метрикой Фридмана–Робертсона–Уокера (ФРУ) [15]

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right], \; k = -1,\, 0,\, +\, 1, \tag{6}$$

тензор энергии-импульса минимально связанного скалярного поля в эйнштейновском представлении имеет гидродинамическую природу [16–18]:

$$\tilde{\tau}_0^0 = -\tilde{\tau}_1^1 = -\tilde{\tau}_2^2 = -\tilde{\tau}_3^3 = \frac{1}{2}\dot{\psi}^2 \tag{7}$$

(здесь и далее точка над символом обозначает дифференцирование по времени). Иначе говоря, скалярное поле $\psi(t)$ в эйнштейновском представлении проявляет себя как покоящаяся идеальная жидкость с предельно жестким уравнением состояния

$$\tilde{\varepsilon}^s = \tilde{P}^s = \frac{1}{2}\dot{\psi}^2, \tag{8}$$

поэтому ряд качественных результатов можно получить, анализируя динамику той или иной космологической модели, не интегрируя полевых уравнений.

Исходя из факта существования собственного и эйнштейновского представлений теории ЙБД в конформно-соответствующих пространствах, установим функциональную зависимость $\varphi(y)$, требуя, чтобы в эйнштейновском представлении скаляр $\varphi(y)$ обращался в космологическую постоянную, что дает

$$\varphi(y) = \frac{y}{y_0}\Lambda. \tag{9}$$

Предполагая, как это принято, что космическая материя – это идеальная жидкость с тензором энергии-импульса (1), состояние которой описывается уравнением

$$P = \alpha\varepsilon, \tag{10}$$

где $\alpha = \begin{cases} -1 & \text{– модель вакуума,} \\ 0 & \text{– эра преобладания вещества,} \\ 1/3 & \text{– доминантность излучения,} \\ 1 & \text{– предельно жесткое состояние,} \end{cases}$

и учитывая (6), получим уравнения космологической задачи теории ЙБД как в собственном представлении:

$$\frac{1}{R^3}\cdot\frac{d}{dt}(\dot{y}R^3) = \frac{K(1-3\alpha)}{3+2\varsigma}\varepsilon, \tag{11}$$

$$3\left(\frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{k}{R^2}\right) = \frac{K\varepsilon}{y} - \frac{3\dot{R}}{R}\cdot\frac{\dot{y}}{y} + \frac{\varsigma}{2}\cdot\frac{\dot{y}^2}{y^2} + \Lambda\frac{y}{y_0}, \tag{12}$$

$$\frac{2\ddot{R}}{R} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{k}{R^2} = -\frac{K\alpha\varepsilon}{y} - \frac{\ddot{y}}{y} - \frac{2\dot{R}}{R}\cdot\frac{\dot{y}}{y} - \frac{\varsigma}{2}\cdot\frac{\dot{y}^2}{y^2} + \Lambda\frac{y}{y_0}, \tag{13}$$

так и в эйнштейновском:

$$\frac{d}{d\eta}(\psi_{,\eta}a^3) = 0, \quad \Rightarrow \psi_{,\eta} = \frac{c}{a^3}, \quad d\eta = \sqrt{\frac{y}{y_0}}dt, \tag{14}$$

$$3\left(\frac{a_{,\eta}^2}{a^2}+\frac{k}{a^2}\right)=\frac{K}{y_0}\left(\varepsilon+\frac{1}{2}\psi_{,\eta}^2\right)+\Lambda\,, \tag{15}$$

$$\frac{2a_{,\eta\eta}}{a}+\frac{a_{,\eta}{}^2}{a^2}+\frac{k}{a^2}=-\frac{K}{y_0}\left(\alpha\varepsilon+\frac{1}{2}\psi_{,\eta}^2\right)+\Lambda \tag{16}$$

(индексом 0 снабжены величины в момент времени, который обычно относят к текущему моменту).

Масштабный фактор в собственном представлении, в отличие от аналогичной величины $a(t)$ в эйнштейновском, обозначен $R(t)$. И в собственном, и в эйнштейновском представлении вследствие ковариантного постоянства тензора энергии-импульса вещества (1) имеем

$$\dot{\varepsilon}=-3\frac{\dot{a}}{a}(\varepsilon+P)\quad\Rightarrow\quad\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon}=-n\frac{\dot{a}}{a}\quad(n=3(1+\alpha))\,. \tag{17}$$

Для решения задачи в эйнштейновском представлении с учетом (14) и (15) из (16) имеем

$$\dot{a}^2=\frac{E_n}{3}a^{2-n}+\frac{\Lambda}{3}a^2-k+\frac{4\pi c^2}{3y_0a^4}\,. \tag{18}$$

Константа c появилась в результате интегрирования (14), и если скалярного поля нет, то c=0.

В эйнштейновском представлении при k=0 и введенных обозначениях $H(t)=\dot{a}/a$, $q=-\ddot{a}a/\dot{a}^2$ из (14) имеем

$$\psi(t)=\frac{c}{a^3}\,,\qquad c=a_0^3\sqrt{\frac{2H_0^2(1+q_0)y_0}{8\pi}-\frac{n\varepsilon_0}{3}}\,, \tag{19}$$

а (18) можно представить в виде

$$\frac{1}{3}\frac{da^3}{dt}=\sqrt{\frac{E_n}{3}a^{6-n}+\frac{\Lambda}{3}a^6+C}\,,\quad E_n=\frac{8\pi}{y_0}a_0^n\varepsilon_0\,,\quad C=\frac{4\pi c^2}{3y_0}\,. \tag{20}$$

Из (16) и (18) для так называемого коэффициента «замедления» получаем

$$q=2-\frac{3(1-\alpha)\varepsilon_0+\dfrac{3y_0\Lambda}{4\pi}\left(\dfrac{a}{a_0}\right)^n}{2\varepsilon_0+\left(\dfrac{a}{a_0}\right)^n\left(\dfrac{c^2}{a^6}+\dfrac{y_0\Lambda}{4\pi}\right)}\,, \tag{21}$$

откуда для $a=a_0, \alpha=0,\ c=0,\ \Lambda=0$ получаем $q=0{,}5$. В общем случае имеет смысл исследовать поведение q во времена, близкие к t_0 (текущему моменту):

$$\frac{a}{a_0}\approx 1+\frac{\chi_n(A_n^2+D_n^2)}{6A_n}(t-t_0)+\chi_n^2\left[\frac{A_n^2-D_n^2}{12A_n}-\frac{(A_n^2+D_n^2)^2}{36A_n^2}\right](t-t_0)^2+\ldots \tag{22}$$

Из (22) для q в момент времени t_0 получим:

$$q_0=\frac{-3}{1+\dfrac{3C}{a_0^6(E_0+\Lambda)}}+2\,,\qquad P=-\varepsilon\,, \tag{23}$$

$$q_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\frac{\left(\Lambda - \dfrac{3C}{a_0^6}\right)}{\Lambda + \dfrac{3C}{a_0^6} + \dfrac{E_3}{a_0^3}}, \qquad P = 0, \tag{24}$$

$$q_0 = \frac{-3\Lambda}{\Lambda + \dfrac{3C}{a_0^6} + \dfrac{E_6}{a_0^3}} + 2, \qquad P = \varepsilon . \tag{25}$$

Наличие перехода от фазы замедления к фазе ускорения означает, что в некоторый момент времени коэффициент «замедления» обращается в нуль. Современному состоянию соответствует случай $P=0$. Как видно из формулы (24), разумным подбором параметров можно обеспечить выполнение условия $q_0 = 0$ и соответственно – переход от фазы замедления к фазе ускорения.

Модель Вселенной в радиационной эпохе. Рассмотрим теперь космологическую задачу теории ЙБД в собственном представлении при наличии материи [19–21]. В этом случае мы имеем (10)–(13).

Рассмотрим случай $\alpha = 1/3$ $(n=4)$. При k=0 для пространственно-плоской метрики ФРУ

$$\dot{y}R^3 = D = const\,, \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^4}\,, \tag{26}$$

$$3\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{K\varepsilon_0}{R^4 y} - \frac{3\dot{R}}{R}\cdot\frac{\dot{y}}{y} + \frac{\varsigma}{2}\cdot\frac{\dot{y}^2}{y^2} + \Lambda\frac{y}{y_0}\,, \tag{27}$$

$$\frac{2\ddot{R}}{R} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} = -\frac{K\varepsilon_0}{3R^4 y} - \frac{\ddot{y}}{y} - \frac{2\dot{R}}{R}\cdot\frac{\dot{y}}{y} - \frac{\varsigma}{2}\cdot\frac{\dot{y}^2}{y^2} + \Lambda\frac{y}{y_0}. \tag{28}$$

Введем обозначения: $y = \dfrac{Df}{R^2}$, $\dfrac{dt}{R} = d\eta$, тогда $\dfrac{\dot{y}R^3}{yR^2} = \dfrac{1}{f}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{\dot{y}}{y} = \dfrac{1}{Rf}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{y'}{y} = \dfrac{1}{f}$, где $y' = \dfrac{dy}{d\eta}$.

Дифференцируя $yR^2 = Df$ по t, получим

$$\frac{\dot{y}R^2}{yR^2} + \frac{2R\dot{R}y}{yR^2} = \frac{D\dot{f}}{Df} \;\Rightarrow\; \frac{\dot{y}}{y} + \frac{2\dot{R}}{R} = \frac{\dot{f}}{f}. \tag{29}$$

Умножим на R:

$$\frac{y'}{y} + 2\dot{R} = \frac{f'}{f} \;\Rightarrow\; \frac{1}{f} + 2\dot{R} = \frac{f'}{f} \;\Rightarrow\; 2\dot{R}f = f' - 1\,. \tag{30}$$

Рассмотрим теперь уравнение (27):

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{K\varepsilon_0}{3DfR^2} - \frac{\dot{R}\dot{y}}{Ry} + \frac{\varsigma}{6}\frac{\dot{y}^2}{y^2} + \Lambda\frac{y}{3y_0} \;\Rightarrow$$

$$\dot{R}^2 = \frac{K\varepsilon_0}{3Df} - \dot{R}\frac{y'}{y} + \frac{\varsigma}{6}\frac{y'^2}{y^2} + \Lambda\frac{Df}{3y_0} \;\Rightarrow\; \dot{R}^2 = \frac{K\varepsilon_0}{3Df} - \frac{\dot{R}}{f} + \frac{\varsigma}{6}\frac{1}{f^2} + \Lambda\frac{Df}{3y_0}\,.$$

После умножения на f^2 получим

$$\dot{R}^2 f^2 + \dot{R}f - \left(\frac{K\varepsilon_0}{3D} f + \frac{\Lambda D}{3y_0} f^3 + \frac{\varsigma}{6} \right) = 0\,.$$

Решая квадратное уравнение относительно $\dot{R}f$, получим

$$\dot{R}f = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{K\varepsilon_0}{3D} f + \frac{\Lambda D}{3y_0} f^3 + \frac{\varsigma}{6}}\,,$$

откуда

$$f' = 2\dot{R}f + 1 = \pm \sqrt{1 + \frac{2\varsigma}{3} + \frac{4K\varepsilon_0}{3D} f + \frac{4\Lambda D}{3y_0} f^3}\,. \qquad (31)$$

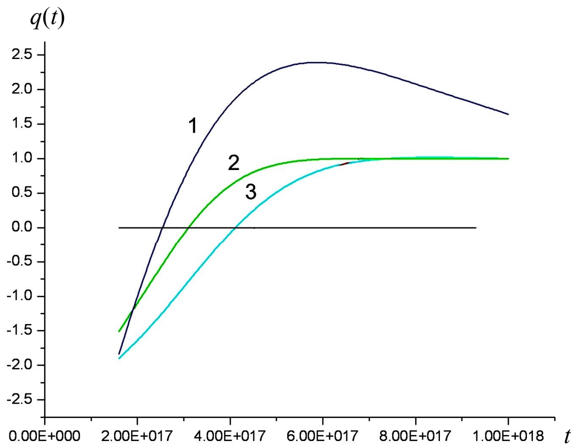
Это дифференциальное уравнение можно решить численно и с помощью тех же численных методов можно найти зависимость коэффициента космологического замедления q от времени t, так как q можно выразить через f:

$$q = \frac{\ddot{R}R}{\dot{R}^2} = \frac{\frac{R''}{R} - \frac{R'^2}{R^2}}{\frac{R'^2}{R^2}} = \frac{R''R}{R'^2} - 1 = \frac{2ff'' - 2f'^2 + 2f'}{(f'-1)^2}\,. \qquad (32)$$

При численных расчетах вместо ε и Λ были выбраны следующие выражения: $\varepsilon = \Omega_m \rho_c$ и $\Lambda = \dfrac{4\pi}{3c^4} G\rho_\Lambda$, $\rho_\Lambda = \Omega_\Lambda \rho_c$, где $\rho_c = \dfrac{3H^2}{8\pi G}$, а Ω_m = 0,24, Ω_Λ =0,76. А в качестве начального значения функции f для решения уравнения (31) было выбрано значение $f(0) = \dfrac{1}{3H}$. Расчеты были сделаны для ς >0.

Результаты приведены на рисунке для ς =1(кр. 1), 100 (кр. 2) и 1000 (кр. 3).

Как видно из рисунка, при ς >0 существует решение, при котором возможен плавный переход от фазы отрицательного ускорения к фазе положительного через фазу нулевого (q=0) ускорения.



Заключение. В результате анализа коэффициента «замедления» для модели расширяющейся Вселенной в рамках теории ЙБД выяснено следующее:

а) если доминирует неминимально связанное скалярное поле, то возможно только замедленное расширение Вселенной;

б) при введении космологического скаляра в случае неминимально связанного скалярного поля появляется возможность эволюционного развития Вселенной с переходом через фазу нулевого ускорения ($q = 0$) к фазе ускоренного расширения ($\ddot{R} > 0$) за время порядка 10 млрд. лет;

в) в случае минимально связанного скалярного поля ситуация, в принципе, аналогичная. Наличие скалярного поля способствует замедленному расширению Вселенной, и только введение положительной космологической постоянной может привести к появлению фазы равномерного расширения, переходящего в ускоренное, что в отсутствие Λ может иметь место только при отрицательном давлении.

Кафедра теоретической физики *Поступила 18.06.2007*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Jordan P.** Schwercraft und Weltall. Braunschweig, 1955.
2. **Jordan P.** – Z. Physik, 1959, v. 157, p. 112.
3. **Brans C., Dicke R.** – Phys. Rev., 1961, v. 124, p. 925.
4. **Brans C.** – Phys. Rev., 1962, v. 125, p. 2194.
5. **Саакян Г.С.** Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс. М.: Наука, 1972.
6. **Саакян Г.С.** В сб.: Гравитация. Проблемы и перспективы. Киев: Наукова думка, 1972.
7. **Singh R.H., Ray L.N.** – Gen. Rev. Grav., 1983, v. 15, p. 875.
8. **Papoyan V.** – Phys. Of Particle and Nuclei, 2003, v. 34, № 7, p. 375.
9. **Ries A.G.** et al. – Astron. J., 1998, v. 116, p. 1089.
10. **Perlmutter S.** et al. – Astrophys. J., 1999, v. 517, p. 565.
11. **Ries A.G.** et al. – Astrophys. J., 2001, v. 560, p. 49.
12. **Einstein A.** – Sitzung. Preuss. Akad. Wis. Phys. Math., 1917, Kl, p. 142.
13. **Dicke R.** – Phys. Rev., 1962, v. 125, p. 2163.
14. **Dicke R.** – Astrophys. J., 1968, v. 152, p. 1.
15. **Weinberg S.** – Rev. Mod. Phys., 1989, v. 61, № 1, p. 1.
16. **Jordan P.** – Astron. Nachr., 1948, v. 276, p. 193.
17. **Ludwig G.** Fortschritte der projektivan Relativitats teorie. Braunschweig, 1951.
18. **Pauli W.** – Ann. d. Phys., 1933, v. 18, p. 305.
19. **Weinberg S.** Gravitation and Cosmology. New York: John Wiley and Sons, 1972.
20. **Sherrer R.J.** – Phys. Rev. Lett., 2004, v. 93, p. 301.
21. **Garriga J., Mukhanov V.F.** – Phys. Lett., 1999, B458, p. 219.

Գ. Հ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ա. Գ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ, Ա. Ս. ՓԻԼՈՅԱՆ

ՏԻԵԶԵՐՔԻ ԿՈՍՄՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼՆԵՐԸ ՍԿԱԼՅԱՐ ԴԱՇՏԵՐԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Ամփոփում

Ներկա աշխատանքում դիտարկվում են մութ էներգիայի գոյությունը հաշվի առնող կոսմոլոգիական մոդելներ Յորդանի–Բրանսի–Դիկեի

թենզորա-սկալյար տեսության շրջանակներում, որտեղ գերակայում են մինիմալ և ոչ մինիմալ կապված սկալյար դաշտեր կոսմոլոգիական սկալյարի առկայությամբ:

G. H. HARUTUNYAN, A. G. MOVSISSYAN, A. S. PILOYAN

COSMOLOGICAL MODELS IN THE PRESENCE OF SCALAR FIELDS

Summary

In the present work the construction of the cosmological model which takes into account the presence of dark energy is realized within the framework of Jordan–Brans–Dicke tensor-scalar theory with dominating minimal and non minimal coupled scalar fields in the presence of the cosmological scalar.