ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 3, 2002 Естественные науки

Физика

УДК 524.354.6

Ш.Р. МЕЛИКЯН

РАДИАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОДНОРОДНЫХ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И КРИТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

Рассматривается критерий устойчивости относительно радиальных адиабатических колебаний для моделей нейтронных однородных звезд в общей теории относительности (ОТО).

В ОТО получено выражение для критического значения показателя адиабаты γ_{cr}, соответствующего порогу устойчивости звезды, который применим во всей допустимой области изменения параметра $\eta_1 = R/\alpha$ (R – радиус звезды, ε – плотность энергии, $\alpha = \sqrt{3c^2/(8\pi G\varepsilon)}$). Полученные данные сравниваются с известным результатом Чандрасекара.

В теории эволюции звезд одной из важнейших проблем является задача об устойчивости небесных тел. В нормальном состоянии звезда представляет собой газовую сферу, которая находится в гидростатическом тепловом равновесии. Гидростатическое равновесие еще не означает, что она устойчива. Звезда как динамическая система имеет различные собственные моды колебаний, но не все моды устойчивы. Очевидно, что неустойчивые решения в природе не реализуются. В противном случае малые возмущения вызывают колебания, которые благодаря диссипации энергии угасают, а при неустойчивых – растут и приводят к безвозвратному удалению от данного состояния.

Вопросы об устойчивости небесных тел в ОТО подробно рассмотрены в [1–4]. В нашей работе получено выражение для критического значения показателя адиабаты в ОТО, которое сравнивается с результатом Чандрасекара [1].

Рассмотрим модель однородной звезды, где плотность энергии ε и показатель адиабаты γ постоянны. Используя систему уравнения Толмена–Оппенгеймера–Волкова, для внутреннего распределения давления получим

$$p = \varepsilon \frac{y - y_1}{3y_1 - y}, \qquad (1)$$

где $y^2=1-\frac{r^2}{\alpha^2}$, $\quad y_1^2=1-\frac{R^2}{\alpha^2}$, $\quad \alpha^2=\frac{3c^4}{8\pi G\varepsilon}$.

Подставляя (1) в уравнение движения, для пробной функции $\xi=\eta e^{\frac{\nu}{2}}$ получим

$$(\alpha\sigma)^2 y_1\int_0^{\eta_1}\frac{\eta^4}{y^3}d\eta=\frac{1}{4}y_1\int_0^{\eta_1}\left(2y^2-1-9y_1^2\right)\frac{\eta^4}{y^3}d\eta+\frac{9}{8}\gamma\int_0^{\eta_1}(y-y_1)(3y_1-y)^2\frac{\eta^2}{y}d\eta, \quad (2)$$

где $\eta=\frac{r}{\alpha}$, $\eta_1=\frac{R}{\alpha}$. Так как коэффициент перед σ^2 в левой части выражения (2) положителен, устойчивость будет зависеть от положительности правой части. В работе [1] уравнение (2) решено в приближении $R/\alpha<<1$ и показано, что конфигурация будет неустойчивой при условии

$$\gamma-\frac{4}{3}<\frac{19}{42}\frac{R^2}{\alpha^2}. \quad (3)$$

Подставляя значение α в (3), условие динамической нестабильности можно выразить в виде

$$R<\frac{19}{42}\frac{1}{(\gamma-4/3)}\frac{2GM}{c^2},$$

откуда следует, что чем значение γ ближе к $4/3$, тем область неустойчивости шире. У порога устойчивости

$$\gamma_{cr}^{(Ch)}=\frac{4}{3}+\frac{19}{42}\frac{R^2}{\alpha^2} \quad \left(\frac{R}{\alpha}<<1\right). \quad (4)$$

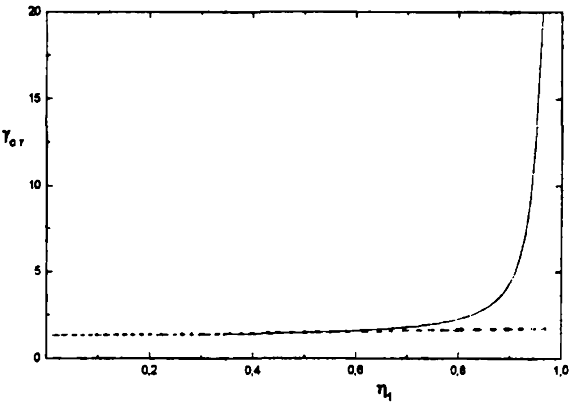
В отличие от Чандрасекара решаем (2) для произвольного допустимого значения $R/\alpha<1$. Критическое значение показателя адиабаты получим, приравняв правую часть (2) к нулю:

$$\frac{1}{4}y_1\int_0^{\eta_1}\left(2y^2-1-9y_1^2\right)\frac{\eta^4}{y^3}d\eta+\frac{9}{8}\gamma_{cr}\int_0^{\eta_1}(y-y_1)(3y_1-y)^2\frac{\eta^2}{y}d\eta=0. \quad (5)$$

После интегрирования (5) для γ_{cr} получим

$$\gamma_{cr}=\frac{\left(1+6y_1^2\right)\arcsin\eta_1-\frac{\eta_1}{y_1}\left(1+6y_1^2-\left(\frac{1}{3}+2y_1^2\right)\eta_1^2-\frac{2}{9}\eta_1^4\right)}{\left(\frac{7}{4}+9y_1^2\right)\arcsin\eta_1-\eta_1 y_1\left(\frac{7}{4}+9y_1^2-\frac{7}{2}\eta_1^2\right)-\frac{\eta_1^3}{y_1}\left(\frac{2}{3}+10y_1^2-\frac{2}{5}\eta_1^2\right)}. \quad (6)$$

Если при условии $\eta_1 \ll 1$ выражение (6) разложим в ряд и оставим только первые два члена, то получим (4) – результат Чандрасекара.



Зависимость критического значения показателя адиабаты γ_{cr} от величины η_1. Сплошная линия соответствует результату, полученному в этой работе, а пунктирная – результату Чандрасекара.

На рисунке приведена зависимость γ_{cr} и $\gamma_{cr}^{(Ch)}$ от η_1. Отсюда видно, что при малых значениях η_1 γ_{cr} соответствует результату Чандрасекара – $\gamma_{cr}^{(Ch)}$, а при больших – может существенно различаться, что приведет к значительному изменению области устойчивости.

Выражаю благодарность доктору физмат наук, профессору Вартаняну Ю.Л. и кандидату физмат наук, доценту Алавердяну Г.Б. за постоянное внимание к работе, а также за множество полезных советов и замечаний.

Кафедра теории волновых процессов и физики *Поступила 17.06.2002*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Chandrasekhar S.** – Astrophys. J., 1964, v. 140, p. 417.
2. **Зельдович Я.Б., Новиков И. Д.** Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971.
3. **Chanmugam G.** – Astrophys. J., 1977, v. 217, p. 799.
4. **Бисноватый-Коган Г. С.** Теория звездной эволюции. М.: Наука, 1989.

Ը.Ռ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ

ՀԱՄԱՍԵՌ ԵՐԿՆԱՅԻՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՇԱՌԱՎՂԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ԱԴԻԱԲԱՏԻ ՑՈՒՑՉԻ ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ ԱՐԺԵՔԸ

Ամփոփում

Դիտարկված է նեյտրոնային համասեռ աստղի մոդելի համար կայունության չափանիշը շառավղային ադիաբատիկ տատանումների նկատմամբ ընդհանուր հարաբերականության տեսության (ԸՀՏ) շրջանակում:

ԸՀՏ-ում ստացված է արտահայտություն կայունության շեմին համապատասխանող ադիաբատի ցուցչի՝ γ_{cr}-ի կրիտիկական արժեքի համար, որն իրավացի է $\eta_1 = R/\alpha$ պարամետրի (R-ը աստղի շառավիղն է, $\alpha = \sqrt{3c^4/(8\pi G\varepsilon)}$, ε-ն՝ էներգիայի խտությունը) փոփոխման ամբողջ թույլա-

տրեյի տիրույթում: Կատարված է համեմատություն Չանդրասեկարի արդյունքի հետ:

Sh.R. MELIKIAN

RADIAL OSCILLATIONS OF HOMOGENEOUS STELLAR OBJECTS AND THE CRITICAL VALUE OF ADIABATIC EXPONENT

Summary

The criterion of stability against radial adiabatic oscillations is considered for the models of neutron homogeneous stars in the framework of general relativity.

The critical value of adiabatic exponent γ_{cr} is obtained in the framework of general relativity, which corresponds to the limit of stability of the star and is applicable in the whole allowable range where the parameter $\eta_1 = R/\alpha$ (R - star radius, ε - energy density, $\alpha = \sqrt{3c^4/(8\pi G\varepsilon)}$) varies. The obtained results are compared with the known result of Chandrasekhar.